



INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Škola:	Střední škola obchodní, České Budějovice, Husova 9
Projekt MŠMT ČR:	EU PENÍZE ŠKOLÁM
Číslo projektu:	CZ.1.07/1.5.00/34.0536
Název projektu školy:	Výuka s ICT na SŠ obchodní České Budějovice
Šablona III/2:	Inovace a zkvalitnění výuky prostřednictvím ICT
Číslo šablony:	VY_32_INOVACE_MAT_407
Předmět:	Matematika
Tematický okruh:	Rovnice, nerovnice a jejich soustavy
Autor, spoluautor:	Mgr. Jiří Domin
Název DUMu:	Řešení soustav lineárních rovnic o třech neznámých
Pořadové číslo DUMu:	07
Stručná anotace:	Prezentace obsahuje soustavy rovnic o třech neznámých
Ročník:	1.
Obor vzdělání:	63-41-M/01 Ekonomika a podnikání, 65-42-M/02 Cestovní ruch
Metodický pokyn:	Žáci použijí poslední snímek k ověření vyloženého učiva
Výsledky vzdělávání:	Žák se naučí řešit soustavy rovnic o třech neznámých.
Vytvořeno dne:	21.3.2013
Pokud není uvedeno jinak, uvedený materiál je z vlastních zdrojů autora.	

Soustavy rovnic o třech neznámých

Soustavy rovnic o třech neznámých můžeme řešit dvěma způsoby.

Oba spočívají v tom, že si soustavu třech rovnic o třech neznámých převedeme na soustavu dvou rovnic o dvou neznámých:

1. V jedné rovnici si vyjádříme jednu proměnnou (vybereme nejjednodušší možnost) a daný výraz dosadíme do druhých dvou rovnic.
2. Vybereme kombinaci dvou a jiných dvou rovnic. Pomocí sčítací metody vyloučíme tutéž neznámou. Zbylé rovnice dáme do soustavy a opět řešíme jakou soustavu o dvou neznámých.

Ukážeme si obě metody na řešených příkladech:

Řešte soustavy rovnic:

1) Kombinace dosazovací a sčítací metody

$$3x + y - z = 7$$

$$x + 2y - 5z = 15$$

$$\underline{3x + 5y + 2z = 9}$$

- Nejsnáze lze vyjádřit v první rovnici y nebo ve druhé rovnici x :

$$* \quad 3x + y - z = 7 \Rightarrow y = 7 - 3x + z$$

$$x + 2y - 5z = 15$$

$$\underline{3x + 5y + 2z = 9}$$

- Nyní výraz $7 - 3x + z$ dosadíme za y do druhé a třetí rovnice a řešíme jako soustavu dvou rovnic:

$$x + 2(7 - 3x + z) - 5z = 15$$

$$\underline{3x + 5(7 - 3x + z) + 2z = 9}$$

$$x + 14 - 6x + 2z - 5z = 15$$

$$3x + 35 - 15x + 5z + 2z = 9$$

$$\begin{array}{r} -5x - 3z = 15 - 14 \\ -12x + 7z = 9 - 35 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} ** \quad -5x - 3z = 1 \quad / \cdot 7 \\ -12x + 7z = -26 \quad / \cdot 3 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} -35x - 21z = 7 \\ -36x + 21z = -78 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} -71x = -71 \\ \mathbf{x = 1} \end{array}$$

Vrátíme se do rovnice ** a dopočítáme z:

$$\begin{array}{r} ** \quad -5 \cdot 1 - 3z = 1 \\ -3z = 1 + 5 \\ -3z = 6 \\ \mathbf{z = -2} \end{array}$$

Nyní se vrátíme do rovnice * a dopočítáme y :

$$y = 7 - 3 \cdot 1 + (-2)$$

$$y = 7 - 3 - 2$$

$$\mathbf{y = 2}$$

Na závěr provedeme zkoušku:

$$L1 = 3 \cdot 1 + 2 - (-2) = 3 + 2 + 2 = 7; P1 = 7 \Rightarrow L1 = P1$$

$$L2 = 1 + 2 \cdot 2 - 5 \cdot (-2) = 1 + 4 + 10 = 15; P2 = 15 \Rightarrow L2 = P2$$

$$L3 = 3 \cdot 1 + 5 \cdot 2 + 2 \cdot (-2) = 3 + 10 - 4 = 9; P3 = 9 \Rightarrow L3 = P3$$

2) Vyloučení jedné neznámé sčítací metodou:

$$I: 7x + 3y - 6z = -1$$

$$II: 2x - 4y + 9z = 28$$

$$III: 7x + 9y - 9z = 5$$

$$I.: 7x + 3y - 6z = -1$$

$$II.: 2x - 4y + 9z = 28$$

$$III.: 7x + 9y - 9z = 5$$

Z *II.* a *III.* rovnice vyloučíme z a pak totéž provedeme v *I.* a *II.* rovnici

$$II.: 2x - 4y + 9z = 28$$

$$III.: 7x + 9y - 9z = 5$$

$$9x + 5y = 33$$

$$I.: 7x + 3y - 6z = -1 / \cdot 3$$

$$II.: 2x - 4y + 9z = 28 / \cdot 2$$

$$I.: 21x + 9y - 18z = -3$$

$$II.: 4x - 8y + 18z = 56$$

$$25x + y = 53$$

Dále řešíme soustavu :

$$\begin{array}{r} 9x + 5y = 33 \\ \hline 25x + y = 53 / \cdot (-5) \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 9x + 5y = 33 \\ \hline -125x - 5y = -265 \end{array}$$

$$-116x = -232$$

$$\mathbf{x = 2}$$

Z rovnice $9x + 5y = 33$ vypočítáme y :

$$9 \cdot 2 + 5y = 33$$

$$18 + 5y = 33$$

$$5y = 33 - 18$$

$$5y = 15$$

$$\mathbf{y = 3}$$

Z libovolné úvodní rovnice (kde je to nejvýhodnější) dopočítáme z:

$$\begin{aligned}7x + 3y - 6z &= -1 \\7 \cdot 2 + 3 \cdot 3 - 6z &= -1 \\14 + 9 - 6z &= -1 \\23 - 6z &= -1 \\-6z &= -24 \\z &= 4\end{aligned}$$

Zk.:

$$L1 = 7 \cdot 2 + 3 \cdot 3 - 6 \cdot 4 = 14 + 9 - 24 = -1; P1 = -1 \Rightarrow L1 = P1$$

$$L2 = 2 \cdot 2 - 4 \cdot 3 + 9 \cdot 4 = 4 - 12 + 36 = 28; P2 = 28 \Rightarrow L2 = P2$$

$$L3 = 7 \cdot 2 + 9 \cdot 3 - 9 \cdot 4 = 14 + 27 - 36 = 5; P3 = 5 \Rightarrow L3 = P3$$

Příklady na procvičení:

$$\begin{array}{l} 1) \quad 2x - z = 10 \\ \quad \quad x + 3y = 20 \\ \quad \quad \underline{3y - 2z = 0} \quad (x = 8; y = 4; z = 6) \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 2) \quad x + y + z = 15 \\ \quad \quad 3x - y + z = 15 \\ \quad \quad \underline{2x + 2y - z = 15} \quad (5; 5; 5) \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 3) \quad x + y + z = 5 \\ \quad \quad 3x - 2y + z = 3 \\ \quad \quad \underline{4x - y + 2z = 10} \quad (\text{nemá řešení}) \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 4) \quad x + y - z = 17 \\ \quad \quad x + z - y = 13 \\ \quad \quad \underline{y + z - x = 7} \quad (15; 12; 10) \end{array}$$