



INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Škola:	Střední škola obchodní, České Budějovice, Husova 9
Projekt MŠMT ČR:	EU PENÍZE ŠKOLÁM
Číslo projektu:	CZ.1.07/1.5.00/34.0536
Název projektu školy:	Výuka s ICT na SŠ obchodní České Budějovice
Šablona III/2:	Inovace a zkvalitnění výuky prostřednictvím ICT
Číslo šablony:	VY_32_INOVACE_MAT_405
Předmět:	Matematika
Tematický okruh:	Rovnice, nerovnice a jejich soustavy
Autor, spoluautor:	Mgr. Jiří Domin
Název DUMu:	Řešení lineárních rovnic s neznámou ve jmenovateli
Pořadové číslo DUMu:	05
Stručná anotace:	Prezentace obsahuje rovnice s neznámou ve jmenovateli a způsoby jejich řešení
Ročník:	1.
Obor vzdělání:	63-41-M/01 Ekonomika a podnikání, 65-42-M/02 Cestovní ruch
Metodický pokyn:	Žáci použijí poslední snímek k ověření vyloženého učiva
Výsledky vzdělávání:	Žák se naučí řešit rovnice s parametrem.
Vytvořeno dne:	9.3.2013
Pokud není uvedeno jinak, uvedený materiál je z vlastních zdrojů autora.	

Rovnice s neznámou
ve jmenovateli

Rovnice s neznámou ve jmenovateli řešíme stejným způsobem jako jiné lineární rovnice, ale navíc musíme předem **stanovit podmínky pro neznámou**.

Rovnice nemá řešení, pokud po dosazení **vypočítané neznámé** bude **jmenovatel** zlomku roven **nule**.

Ukážeme si řešení na příkladech:

Příklad 1)

$$\frac{1}{4x} - \frac{1}{3x} = 1 \quad [x \neq 0]$$

$$\frac{1}{4x} - \frac{1}{3x} = 1 / \cdot 12x$$

$$3 - 4 = 12x$$

$$-1 = 12x$$

$$12x = -1 / : 12$$

$$x = -\frac{1}{12}$$

Řešení je možné, protože se nerovná podmínce stanovené v úvodu.

Provedeme zkoušku:

$$L = \frac{1}{4 \cdot \frac{-1}{12}} - \frac{1}{3 \cdot \frac{-1}{12}} = \frac{1}{\frac{-1}{3}} - \frac{1}{\frac{-1}{4}} = \frac{-3}{1} - \frac{-4}{1} = -3 + 4 = 1$$

$$P = 1$$

$$L = P$$

Příklad 2)

$$\frac{-6}{5-x} - 1 = \frac{2x-4}{x-5}$$

Nejprve rozšíříme zlomek $\frac{-6}{5-x}$ číslem -1. Tím dostaneme oba jmenovatele stejné.

$$\frac{6}{x-5} - 1 = \frac{2x-4}{x-5} \Rightarrow [x \neq 5]$$

$$\frac{6}{x-5} - 1 = \frac{2x-4}{x-5} / \cdot (x-5)$$

$$\frac{6}{x-5} - 1 = \frac{2x-4}{x-5}$$

$$6 - 1(x-5) = 2x - 4$$

$$6 - x + 5 = 2x - 4 / -2x - 6 - 5$$

$$-x - 2x = -4 - 6 - 5$$

$$-3x = -15 /: (-3)$$

$$\mathbf{x = 5}$$

Číslo 5 nesplňuje podmínku $[x \neq 5]$, nelze jej dosadit do zlomku. Není tedy řešením rovnice.

Závěr: **Rovnice nemá řešení:** $x \in \emptyset$

Příklad 3)

$$\frac{2x + 19}{5x^2 - 5} - \frac{3x}{1 - x} = 3 + \frac{17}{x^2 - 1}$$

Nejprve rovnici upravíme tak, že lépe určíme společného jmenovatele:

- z dvojčlenu $5x^2 - 5$ vytkneme 5 a pak rozložíme podle vzorce: $5x^2 - 5 = 5(x^2 - 1) = 5(x - 1)(x + 1)$
- zlomek $\frac{3x}{1-x}$ rozšíříme číslem -1: $\frac{3x \cdot (-1)}{(1-x) \cdot (-1)} = \frac{-3x}{x-1}$
- dvojčlen $x^2 - 1$ rozložíme podle vzorce:
 $x^2 - 1 = (x - 1)(x + 1)$

Upravená rovnice bude mít tvar:

$$\frac{2x + 19}{5(x - 1)(x + 1)} - \frac{-3x}{x - 1} = 3 + \frac{17}{(x - 1)(x + 1)}$$

Stanovíme podmínky pro x :

$$x \neq \pm 1, \text{ tzn. } x \neq 1 \text{ a zároveň } x \neq -1$$

Řešíme rovnici:

$$\frac{2x + 19}{5(x - 1)(x + 1)} - \frac{-3x}{x - 1} = 3 + \frac{17}{(x - 1)(x + 1)} \quad / \cdot 5(x - 1)(x + 1)$$

$$(2x + 19) + 3x \cdot 5(x + 1) = 3 \cdot 5(x - 1)(x + 1) + 17 \cdot 5$$

$$2x + 19 + 15x \cdot (x + 1) = 15(x^2 - 1) + 85$$

$$2x + 19 + 15x^2 + 15x = 15x^2 - 15 + 85 \quad / -15x^2$$

$$17x + 19 = 70 \quad / -19$$

$$17x = 51 \quad / : 17$$

$$x = 3$$

Nezapomeneme opět na zkoušku.

Zk.:

$$\begin{aligned} L &= \frac{2 \cdot 3 + 19}{5 \cdot 3^2 - 5} - \frac{3 \cdot 3}{1 - 3} = \frac{6 + 19}{45 - 5} - \frac{9}{-2} = \frac{25}{40} + \frac{9}{2} = \frac{5}{8} + \frac{9}{2} = \\ &= \frac{5 + 36}{8} = \frac{41}{8} \end{aligned}$$

$$P = 3 + \frac{17}{3^2 - 1} = 3 + \frac{17}{9 - 1} = 3 + \frac{17}{8} = \frac{24 + 17}{8} = \frac{41}{8}$$

$$\mathbf{L = P}$$

Příklady na procvičení:

$$1) \frac{2}{x} + \frac{3}{x} + \frac{5}{x} = 20 \quad \left(x = \frac{1}{2}\right)$$

$$2) \frac{2a-3}{a-12} = \frac{2a-9}{a-22} \quad (x = -3)$$

$$3) \frac{(2x-3)^2}{x-3} = 4x + \frac{9}{x-3} \quad (x \in \mathbb{R} - \{3\})$$

$$4) \frac{3x}{x-2} + \frac{1}{2-x} + 1 = \frac{3x+3}{x-2} + \frac{4}{2-x}$$

*($x \in \emptyset$; vyjde $x = 2$, ale nevyhovuje:
jmenovatel rovnice je po dosazení x roven nule)*