INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Škola:	**Střední škola obchodní, České Budějovice, Husova 9**
Projekt MŠMT ČR:	**EU PENÍZE ŠKOLÁM**
Číslo projektu:	**CZ.1.07/1.5.00/34.0536**
Název projektu školy:	**Výuka s ICT na SŠ obchodní České Budějovice**
Šablona III/2:	**Inovace a zkvalitnění výuky prostřednictvím ICT**
Číslo šablony:	VY_32_INOVACE_MAT_419
Předmět:	Matematika
Tematický okruh:	Rovnice, nerovnice a jejich soustavy
Autor, spoluautor:	Mgr. Jiří Domin
Název DUMu:	Iracionální rovnice
Pořadové číslo DUMu:	19
Stručná anotace:	
Prezentace obsahuje základní typy iracionálních rovnic	
Ročník:	1.
Obor vzdělání:	63-41-M/01 Ekonomika a podnikání, 65-42-M/02 Cestovní ruch
Metodický pokyn:	Žáci použijí poslední snímek k ověření vyloženého učiva
Výsledky vzdělávání:	Žák bezchybně řeší základní iracionální rovnice.
Vytvořeno dne:	29.4.2013
Pokud není uvedeno jinak, uvedený materiál je z vlastních zdrojů autora.	

Iracionální rovnice

= rovnice s neznámou pod odmocninou

Při řešení se nejprve snažíme rovnici **zjednodušit** pomocí ekvivalentních úprav. Pokud to lze, necháme odmocninu na jedné straně rovnice a ostatní výrazy dáme na druhou stranu rovnice.

Poté se musíme zbavit odmocniny umocněním celé rovnice. Musíme umocnit levou a zároveň i pravou stranu rovnice.

Protože toto není ekvivalentní úprava a zároveň pod odmocninou může být jen číslo kladné nebo nula, musíme vždy ověřit, zda vypočtený kořen dané rovnici vyhovuje.

Bez tohoto ověření nelze řešení rovnice uzavřít.

Příklad 1)

$$\sqrt{5x-1}+5=0$$

$$\sqrt{5x-1}+5=0\ /\ -5$$

$$\sqrt{5x-1}=-5/^2$$

$$\left(\sqrt{5x-1}\right)^2=(-5)^2$$

$$5x-1=25\ /\ +1$$

$$x=\frac{26}{5}$$

Zk.:

$$L=\sqrt{5\cdot\frac{26}{5}-1}+5=\sqrt{26-1}+5=\sqrt{25}+5=5+5=10$$

$$P=0$$

$$L\neq P\ \Rightarrow \boldsymbol{x}\in\emptyset\ \ (Rovnice\ nemá\ řešení)$$

Příklad 2)

$$\sqrt{5x-1}+5=x$$
$$\sqrt{5x-1}+5=x/-5$$
$$\sqrt{5x-1}=x-5/^2$$
$$\left(\sqrt{5x-1}\right)^2=(x-5)^2$$
$$5x-1=x^2-10x+25$$
$$0=x^2-10x-5x+25+1$$
$$0=x^2-15\mathrm{x}+26$$

Dostaneme kvadratickou rovnici, kterou řešíme buď přes diskriminant nebo rozkladem. V tomto případě se dá snadnou řešit přes Vietovy vzorce:

$$x_1\cdot x_2=26\ \ \wedge\ \ x_1+x_2=+15\Rightarrow$$
$$\Rightarrow \boldsymbol{x_1=13*ano}$$
$$x_2=2**ne$$

Zk.:

$L(13) = \sqrt{5 \cdot 13 - 1} + 5 = \sqrt{65 - 1} + 5 = \sqrt{64} + 5 = 8 + 5 = 13$

$P(13) = 13$

$L = P\ *$

$L(2) = \sqrt{5 \cdot 2 - 1} + 5 = \sqrt{10 - 1} + 5 = \sqrt{9} + 5 = 3 + 5 = 8$

$P(2) = 2$

$L(2) \neq P(2)\ **$

Závěr:

$$\underline{\boldsymbol{x} \in \{\mathbf{13}\}}$$

Příklad 3)

$$\sqrt{1+3x}-\sqrt{x-1}-2=0$$

$$\sqrt{1+3x}-\sqrt{x-1}-2=0/+\sqrt{x-1}+2$$

$$\sqrt{1+3x}=\sqrt{x-1}+2/^2$$

$$\left(\sqrt{1+3x}\right)^2=\left(\sqrt{x-1}+2\right)^2$$

$$1+3x=\left(\sqrt{x-1}\right)^2+2\cdot\sqrt{x-1}\cdot 2+2^2$$

$$1+3x=x-1+4\sqrt{x-1}+4$$

$$1+1-4+3x-x=4\sqrt{x-1}$$

$$2x-2=4\sqrt{x-1}/:2$$

$$x-1=2\sqrt{x-1}/^2$$

$$(x-1)^2=\left(2\sqrt{x-1}\right)^2$$

$$x^2-2x+1=4\cdot(x-1)$$

$$x^2-2x+1=4\mathrm{x}-4/-4x+4$$

$$x^2-6x+5=0$$

$$x_1\cdot x_2=5 \quad \wedge \quad x_1+x_2=6 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x_1=1*ano$$

$$x_2=5**ano$$

Zk.:

$L(1)=\sqrt{1+3\cdot 1}-\sqrt{1-1}-2=\sqrt{4}-\sqrt{0}-2=0$

$P(1)=0\Rightarrow L(1)=P(1)*$

$L(5)=\sqrt{1+3\cdot 5}-\sqrt{5-1}-2=\sqrt{16}-\sqrt{4}-2=4-2-2$
$=0$

$P(5)=0\Rightarrow L(5)=P(5)**$

Závěr:

$$\boldsymbol{x}\in\{\mathbf{1};\mathbf{5}\}$$

Příklady na procvičení:

1) $2\sqrt{x^2+5}-2x-4=0$ $\left[x \in \left\{\frac{1}{4}\right\}\right]$

2) $2x=1-\sqrt{8x+1}$ $[x \in \{0\}]; 3\ nevyhovuje$

3) $\sqrt{x}-\sqrt{x-7}=1$ $x \in \{16\}$

4) $\sqrt{x+5}=7+\sqrt{20-x}$ $x \in \emptyset;\ 4\ ani\ 11\ nevyhovují$