INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Škola:	**Střední škola obchodní, České Budějovice, Husova 9**
Projekt MŠMT ČR:	**EU PENÍZE ŠKOLÁM**
Číslo projektu:	**CZ.1.07/1.5.00/34.0536**
Název projektu školy:	**Výuka s ICT na SŠ obchodní České Budějovice**
Šablona III/2:	**Inovace a zkvalitnění výuky prostřednictvím ICT**
Číslo šablony:	VY_32_INOVACE_MAT_414
Předmět:	Matematika
Tematický okruh:	Rovnice, nerovnice a jejich soustavy
Autor, spoluautor:	Mgr. Jiří Domin
Název DUMu:	Řešení kvadratických rovnic
Pořadové číslo DUMu:	14
Stručná anotace:	
Prezentace obsahuje základní typy kvadratických rovnic	
Ročník:	1.
Obor vzdělání:	63-41-M/01 Ekonomika a podnikání, 65-42-M/02 Cestovní ruch
Metodický pokyn:	Žáci použijí poslední snímek k ověření vyloženého učiva
Výsledky vzdělávání:	Žák bezchybně řeší základní typy kvadratických rovnic.
Vytvořeno dne:	11.4.2013
Pokud není uvedeno jinak, uvedený materiál je z vlastních zdrojů autora.	

Kvadratické rovnice

Kvadratická rovnice obsahuje vždy druhou mocninu neznámé.
V obecném tvaru vypadá následovně:

$$\boldsymbol{ax^2 + bx + c = 0}$$

$$x - \ neznámá, jejíž\ řešení\ hledáme;$$

$$koeficienty\ \{a; b; c\} \in R \Rightarrow a; b; c\ je\ libovolné\ reálné\ číslo$$

$\boldsymbol{ax^2} \Rightarrow kvadratický\ člen;$

$a \neq 0,$ *jinak by rovnice nebyla kvadratická,* ?l?lin?á?hí

$\boldsymbol{bx} \Rightarrow lineární\ člen$

$\boldsymbol{c} \Rightarrow\ absolutní\ člen$

Uveďme si některé kvadratické rovnice a vypišme jejich koeficienty:

$3x^2 + 2x + 5 = 0 \qquad \Rightarrow \qquad a = 3;\ \ b = 2;\ \ c = 5$

$x^2 - 2x + 7 = 0 \qquad \Rightarrow \qquad a = 1;\ \ b = -2;\ \ c = 7$

$-0{,}5x^2 + 0{,}24x - 0{,}4 = 0 \qquad \Rightarrow \qquad a = -0{,}5;\ \ b = 0{,}24;\ \ c = -0{,}4$

$\frac{3}{5}x^2 - x - 1 = 0 \qquad \Rightarrow \qquad a = \frac{3}{5};\ \ b = -1;\ \ c = -1$

Při řešení kvadratické rovnice $ax^2 + bx + c = 0$ postupujeme ve dvou krocích:

1) Vypočteme DISKRIMINANT – značíme D

$$D = b^2 - 4ac$$

2) Určíme kořeny kvadratické rovnice:

$$x_{1;2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$$

Podle diskriminantu D má rovnice i počet řešení:

$D > 0 \Rightarrow 2\ \check{r}e\check{s}en\acute{\imath}\ x_1 a\ x_2$

$D = 0 \Rightarrow 1\ \check{r}e\check{s}en\acute{\imath}$

$D < 0 \Rightarrow \check{z}\acute{a}dn\acute{e}\ \check{r}e\check{s}en\acute{\imath}\ v\ R$

Ukážeme si řešení na příkladech:

Příklad 1)

$$x^2 + 7x + 12 = 0$$

Nejprve si vypíšeme koeficienty:

$$a = 1;\ b = 7;\ c = 12$$

Dále určíme diskriminant:

$$D = b^2 - 4ac$$

$$D = 7^2 - 4 \cdot 1 \cdot 12$$

$$D = 49 - 48$$

$$D = 1$$

$$\sqrt{D} = \sqrt{1} = 1$$

Nakonec vypočteme kořeny:

$$x_{1;2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$$

$$x_{1;2} = \frac{-7 \pm 1}{2 \cdot 1} = \frac{-7 \pm 1}{2}$$

$$x_1 = \frac{-7 + 1}{2} = \frac{-6}{2} = \mathbf{-3}$$

$$x_2 = \frac{-7 - 1}{2} = \frac{-8}{2} = \mathbf{-4}$$

Zk.:

$L(-3) = (-3)^2 + 7(-3) + 12 = 9 - 21 + 12 = 0$ L=P

$L(-4) = (-4)^2 + 7(-4) + 12 = 16 - 28 + 12 = 0$ L=P

Příklad 2)

$$-x^2 + 4x - 4 = 0$$

$$a = -1; b = 4; c = -4$$

$D = b^2 - 4ac$

$D = 4^2 - 4 \cdot (-1) \cdot (-4)$

$D = 16 - 16$

$D = 0$

Rovnice má jedno řešení

$$x_{1;2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$$

$$x_{1;2} = \frac{-4 \pm 0}{2 \cdot (-1)} = \frac{-4}{-2}$$

$$\boldsymbol{x_{1;2} = 2}$$

Příklad 3)

$$x^2 + x + 1 = 0$$

$$a = 1; b = 1; c = 1$$

$D = b^2 - 4ac$

$D = 1^2 - 4 \cdot 1 \cdot 1$

$D = 1 - 4 = -3 \Rightarrow rovnice\ nemá\ v\ R\ řešení$

Příklad 4)

$$5x^2 + 10x - 36 = -3(x+2)^2 + 24x - 23$$
$$5x^2 + 10x - 36 = -3(x^2 + 4x + 4) + 24x - 23$$
$$5x^2 + 10x - 36 = -3x^2 - 12x - 12 + 24x - 23$$
$$5x^2 + 10x - 36 = -3x^2 + 12\mathrm{x} - 35$$
$$5x^2 + 3x^2 + 10x - 12x - 36 + 35 = 0$$
$$8x^2 - 2x - 1 = 0$$
$$a = 8; b = -2; c = -1$$

$$D = b^2 - 4ac$$
$$D = (-2)^2 - 4 \cdot 8 \cdot (-1)$$
$$D = 4 + 32 = 36$$
$$\sqrt{D} = 6$$

$$x_{1;2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$$
$$x_{1;2} = \frac{-(-2) \pm 6}{2 \cdot 8} = \frac{2 \pm 6}{16}$$
$$x_1 = \frac{2+6}{16} = \frac{8}{16} = \mathbf{\frac{1}{2}}$$
$$x_2 = \frac{2-6}{16} = \frac{-4}{16} = -\mathbf{\frac{1}{4}}$$

Zk.:

$$L\left(\frac{1}{2}\right) = 5 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2 + 10 \cdot \left(\frac{1}{2}\right) - 36 = 5 \cdot \frac{1}{4} + 5 - 36 = \frac{5}{4} - 31 =$$

$$\frac{5 - 124}{4} = -\frac{\mathbf{119}}{\mathbf{4}}$$

$$P\left(\frac{1}{2}\right) = -3 \cdot \left(\frac{1}{2} + 2\right)^2 + 24 \cdot \frac{1}{2} - 23 = -3 \cdot \left(\frac{1+4}{2}\right)^2 + 12 - 23 =$$

$$-3 \cdot \left(\frac{5}{2}\right)^2 - 11 = -3 \cdot \frac{25}{4} - 11 = \frac{-75}{4} - 11 = \frac{-75 - 44}{4} = -\frac{\mathbf{119}}{\mathbf{4}}$$

$$\boldsymbol{L1 = P1}$$

$$L\left(\frac{-1}{4}\right) = 5 \cdot \left(\frac{-1}{4}\right)^2 + 10 \cdot \left(\frac{-1}{4}\right) - 36 = 5 \cdot \frac{1}{16} - \frac{10}{4} - 36 =$$

$$= \frac{5}{16} - \frac{5}{2} - 36 = \frac{5 - 40 - 576}{16} = -\boldsymbol{\frac{611}{16}}$$

$$P\left(\frac{-1}{4}\right) = -3 \cdot \left(\frac{-1}{4} + 2\right)^2 + 24 \cdot \left(\frac{-1}{4}\right) - 23 =$$

$$= -3 \cdot \left(\frac{-1 + 8}{4}\right)^2 -6 - 23 = -3 \cdot \left(\frac{7}{4}\right)^2 - 29 =$$

$$= -3 \cdot \frac{49}{16} - 29 = \frac{-147}{16} - 29 = \frac{-147 - 464}{16} = -\boldsymbol{\frac{611}{16}}$$

$$\boldsymbol{L2 = P2}$$

Příklady na procvičení:

1) $x^2 + 3x + 2 = 0$ $(x \in \{-1; -2\})$

2) $2x^2 + 5x - 3 = 0$ $(x \in \{3; -0{,}5\})$

3) $3x^2 + 6x - 9 = 0$ $(x \in \{1; -3\})$

4) $\dfrac{y+4}{y-4} - \dfrac{y+5}{y-5} - 1 = 0$ $(y \in \emptyset\ v\ R)$

5) $2x^2 - 4x + 2 = 0$ $(x = 1)$