



INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Škola:	Střední škola obchodní, České Budějovice, Husova 9
Projekt MŠMT ČR:	EU PENÍZE ŠKOLÁM
Číslo projektu:	CZ.1.07/1.5.00/34.0536
Název projektu školy:	Výuka s ICT na SŠ obchodní České Budějovice
Šablona III/2:	Inovace a zkvalitnění výuky prostřednictvím ICT
Číslo šablony:	VY_32_INOVACE_MAT_412
Předmět:	Matematika
Tematický okruh:	Rovnice, nerovnice a jejich soustavy
Autor, spoluautor:	Mgr. Jiří Domin
Název DUMu:	Řešení rovnic s absolutní hodnotou
Pořadové číslo DUMu:	12
Stručná anotace:	Prezentace obsahuje základní typy rovnic s absolutní hodnotou
Ročník:	1.
Obor vzdělání:	63-41-M/01 Ekonomika a podnikání, 65-42-M/02 Cestovní ruch
Metodický pokyn:	Žáci použijí poslední snímek k ověření vyloženého učiva
Výsledky vzdělávání:	Žák bezchybně řeší základní typy rovnic s absolutní hodnotou.
Vytvořeno dne:	5.4.2013
Pokud není uvedeno jinak, uvedený materiál je z vlastních zdrojů autora.	

Rovnice s absolutní hodnotou

Než přistoupíme k řešení rovnic s absolutní hodnotou, musíme si zopakovat, co je vlastně absolutní hodnota.

Absolutní hodnota určuje vždy **délku** určitého úseku na číselné ose. Proto **musí být** absolutní hodnota **vždy číslo kladné**.

$$|2| = 2$$

$$|-2| = 2$$

$$|0| = 0$$

Z výše uvedených příkladů vyplývá:

Abs. hodnota čísla kladného je přímo dané číslo.

Abs. hodnota čísla záporného je číslo k němu opačné

Abs. hodnota nuly je číslo 0.

Z těchto závěrů musíme vyjít i při hledání absolutní hodnoty výrazu. Protože nevíme, má-li výraz hodnotu kladnou nebo zápornou, musíme uvažovat o možnostech, že výraz může být kladný i záporný.

Je-li výraz kladný, necháme při určení abs. hodnoty původní výraz.

Je-li výraz záporný, musíme při určení abs. hodnoty určit výraz k němu opačný.

Nejprve musíme určit nulové body (dále NB). To jsou body, ve kterých výraz má hodnotu 0 a v těchto bodech přechází záporná hodnota na kladnou nebo naopak.

Určete: $|x + 1|$

Najdeme nulový bod: $x + 1 = 0 \Rightarrow x = -1$

- 1) je-li $x < -1$, je hodnota výrazu $x + 1$ záporná a musíme při určení abs. hodnoty najít výraz opačný: $|x + 1| = -x - 1$

- 2) je-li $x > -1$, je hodnota výrazu $x + 1$ kladná a abs.hodnota je přímo daný výraz: $|x + 1| = x + 1$

Příklad 1)

$$|x - 2| = 5$$

1) NB: $x - 2 = 0$
 $x = 2$

2) provedeme rozbor abs. hodnoty:
zvolíme číslo z daného intervalu a určíme abs. hodnotu

interval	$(-\infty; 2)$	$(2; \infty)$
náhodné číslo z intervalu	0	3
$ x - 2 $	- $\Rightarrow (-x + 2)$	+ $\Rightarrow (x - 2)$
	I.	II.

3) Řešíme rovnici:

$$\text{I. } (-x + 2) = 5$$

$$-x + 2 = 5$$

$$-x = 5 - 2$$

$$x = -3 \Rightarrow \mathbf{ano}$$

musíme potvrdit, zda výsledek opravdu leží v daném intervalu.

$$\text{II. } (x - 2) = 5$$

$$x - 2 = 5$$

$$x = 5 + 2$$

$$x = 7 \Rightarrow \mathbf{ano}$$

$$\text{Zk. } L(-3) = |x - 2| = |-3 - 2| = |-5| = 5$$

$$L(7) = |x - 2| = |7 - 2| = |5| = 5$$

Závěr: Řešením dané rovnice je množina $\{-3; 7\}$.

Příklad 2)

V množině \mathbb{R} řešte:

$$|x + 2| - 2|1 - x| = -6$$

1) NB: $x + 2 = 0$ $1 - x = 0$
 $x = -2$ $x = 1$

2) rozbor úlohy

	$(-\infty; -2)$	$(-2; 1)$	$(1; \infty)$
náhodné číslo z intervalu	-3	0	2
$ x + 2 $	- $\Rightarrow (-x - 2)$	+ $\Rightarrow (x + 2)$	+ $\Rightarrow (x + 2)$
$ 1 - x $	+ $\Rightarrow (1 - x)$	+ $\Rightarrow (1 - x)$	- $\Rightarrow (-1 + x)$
	I.	II.	III.

3) Řešení rovnice:

- I. $(-x - 2) - 2(1 - x) = -6$
 $-x - 2 - 2 + 2x = -6$
 $x - 4 = -6 / +4$
 $x = -2$ **ano**, leží v intervalu $(-\infty; -2)$
- II. $(x + 2) - 2(1 - x) = -6$
 $x + 2 - 2 + 2x = -6$
 $3x = -6 / :3$
 $x = -2$ *ne*, *neleží* v intervalu $\langle -2; 1 \rangle$
- III. $(x + 2) - 2(-1 + x) = -6$
 $x + 2 + 2 - 2x = -6$
 $-x + 4 = -6 / -4$
 $-x = -10 / \cdot (-1)$
 $x = 10$ **ano**, leží v intervalu $\langle 1; \infty \rangle$

Zk.:

$$L(-2) = |-2 + 2| - 2|1 - (-2)| = 0 - 2 \cdot |1 + 2| = -2 \cdot 3 = -6; P = -6 \\ \Rightarrow L = P$$

$$L(10) = |10 + 2| - 2|1 - 10| = |12| - 2|-9| = 12 - 2 \cdot 9 = 12 - 18 \\ = -6; P = -6 \Rightarrow L = P$$

Závěr: Řešením rovnice je množina $\{-2; 10\}$

Příklady na procvičení:

1) $ 2x + 1 + 2x - 1 = 3$	$\left\{\frac{-3}{4}; \frac{3}{4}\right\}$
2) $ 1 - 3x = 3 - 2x $	$\left\{-2; \frac{4}{5}\right\}$
3) $ 5 - x = x + 4 $	$\left\{\frac{1}{2}\right\}$
4) $ x - 1 + x - 2 + x - 3 = 12$	$\{-2; 6\}$