INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Škola:	**Střední škola obchodní, České Budějovice, Husova 9**
Projekt MŠMT ČR:	**EU PENÍZE ŠKOLÁM**
Číslo projektu:	**CZ.1.07/1.5.00/34.0536**
Název projektu školy:	**Výuka s ICT na SŠ obchodní České Budějovice**
Šablona III/2:	**Inovace a zkvalitnění výuky prostřednictvím ICT**
Číslo šablony:	VY_32_INOVACE_MAT_383
Předmět:	Matematika
Tematický okruh:	Kombinatorika a pravděpodobnost
Autor, spoluautor:	Mgr. Iva Kálalová
Název DUMu:	Faktoriál – řešení rovnic
Pořadové číslo DUMu:	03
Stručná anotace:	
Prezentace obsahuje zopakování úprav výrazů s faktoriály a je dále zaměřena na pochopení řešení rovnic s faktoriály. V jednotlivých úkolech žáci pracují samostatně, výsledky jsou postupně kontrolovány a opravovány, aby žáci nepracovali s případnou chybou.	
Ročník:	3.
Obor vzdělání:	63-41-M/01 Ekonomika a podnikání, 65-42-M/02 Cestovní ruch
Metodický pokyn:	Žáci použijí první snímek k zopakování již probraného učiva a poslední snímek prezentace k ověření pochopení řešení rovnic s faktoriály.
Výsledky vzdělávání:	Žák bezchybně řeší rovnice s faktoriály.
Vytvořeno dne:	22. 2. 2013
Pokud není uvedeno jinak, uvedený materiál je z vlastních zdrojů autora.	

FAKTORIÁL

řešení rovnic

Zopakujme si úpravy výrazů s faktoriály:

Upravte:

$$\frac{(n+1)!}{(n-1)!} =$$

$$\frac{4\cdot(n+1)!-n!}{n!} =$$

$$\frac{(n+1)!}{(n-1)!} = \frac{(n+1)\cdot n\cdot(n-1)!}{(n-1)!} = (n+1)\cdot n =$$

$$= n^2 + n \qquad\qquad n \geq 1$$

$$\frac{4\cdot(n+1)!-n!}{n!} = \frac{4\cdot(n+1)\cdot n!-n!}{n!} =$$

$$= \frac{n!\cdot(4n+4-1)}{n!} = 4n + 3$$

Nyní se podíváme jak řešit rovnice s faktoriály

např. $\frac{(n+3)!}{(n+1)!} = 6 \quad n \in N$

- **stanovíme podmínky, za nichž jsou výrazy definovány**
- **využijeme opět rozkladu faktoriálu (vždy rozkládáme vyšší faktoriál na nižší)**
- **rozklad nám umožní zlomek zkrátit**
- **po zkrácení zlomku řešíme rovnici (lineární nebo kvadratickou)**
- **řešení rovnice porovnáme s podmínkami**

Řešte rovnice:

rozložíme vyšší faktoriál

a) $\frac{(x+3)!}{(x+2)!}=5$

podmínka: $x \in N$

$$\frac{(x+3)\cdot\cancel{(x+2)!}}{\cancel{(x+2)!}}=5 \quad \rightarrow \quad x+3=5$$

$$\boxed{x=2}$$

řešení porovnáme s podmínkami

$$Zk.:\ L=\frac{(2+3)!}{(2+2)!}=\frac{5!}{4!}=\frac{5\cdot 4!}{4!}=5$$

$$P=5 \qquad L=P$$

zkoušku provedeme dosazením do zadání

ve zlomcích rozložíme vyšší faktoriály

b) $\frac{(x-5)!}{(x-4)!} = 3 - \frac{(x-3)!}{(x-4)!}$

podmínka:
$x \in N, x \geq 5$

$$\frac{\cancel{(x-5)!}}{(x-4)\cdot\cancel{(x-5)!}} = 3 - \frac{(x-3)\cdot\cancel{(x-4)!}}{\cancel{(x-4)!}}$$

$$\frac{1}{x-4} = 3 - (x-3)$$

$$\frac{1}{x-4} = 3 - x + 3$$

$$\frac{1}{x-4} = 6 - x \qquad / \cdot (x-4)$$

$x \neq 4$

$$\frac{1}{x-4} = 6 - x \qquad / \cdot (x-4)$$

$$1 = (6-x) \cdot (x-4)$$

$$1 = 6x - 24 - x^2 + 4x$$

$$x^2 - 10x + 25 = 0$$

- ***nyní budeme řešit úplnou kvadratickou rovnici***
- ***nejprve spočítáme diskriminant:*** $\boldsymbol{D = b^2 - 4ac}$

$$D = (-10)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 25 = 100 - 100 = 0$$

rovnice bude mít jedno řešení: $\boldsymbol{x = \frac{-b}{2a}}$

$$x^2 - 10x + 25 = 0 \qquad D = 0 \qquad \boldsymbol{x = \frac{-b}{2a}}$$

$$x = \frac{-(-10)}{2 \cdot 1} = \frac{10}{2}$$

$$x = 5$$

řešení porovnáme s podmínkami: $x \in N, x \geq 5$

zkoušku provedeme dosazením do zadání

$$Zk.: \ L = \frac{(x-5)!}{(x-4)!} = \frac{(5-5)!}{(5-4)!} = \frac{0!}{1!} = \frac{1}{1} = 1$$

$$P = 3 - \frac{(x-3)!}{(x-4)!} = 3 - \frac{(5-3)!}{(5-4)!} = 3 - \frac{2!}{1!} = 3 - \frac{2}{1} =$$

$$= 3 - 2 = 1 \qquad L = P$$

Řešte rovnice:

a) $\frac{(x+2)!}{x!} = 0$

b) $3 \cdot \frac{(x-2)!}{(x-1)!} = 3$

c) $\frac{(x-2)!}{(x-3)!} - \frac{(x-1)!}{(x-2)!} = -(x^2 + 2)$

$$\frac{(x+2)!}{x!} = 0$$

podmínka: $x \in N$

$$\frac{(x+2)\cdot(x+1)\cdot\cancel{x!}}{\cancel{x!}} = 0$$

$$x^2 + x + 2x + 2 = 0$$

$$x^2 + 3x + 2 = 0$$

$$D = 3^2 - 4\cdot 1\cdot 2 = 1$$

$$x_{1,2} = \frac{-3 \pm 1}{2} \rightarrow \quad x_1 = -1, \quad x_2 = -2$$

kořeny nevyhovují dané rovnici

$\rightarrow$ ***rovnice nemá řešení***

$$3 \cdot \frac{(x-2)!}{(x-1)!} = 3$$

podmínka:

$x \in N, x \geq 2$

$$3 \cdot \frac{\cancel{(x-2)!}}{(x-1)\cdot\cancel{(x-2)!}} = 3$$

$$3 \cdot \frac{1}{(x-1)} = 3 \qquad / \cdot (x-1)$$

$$3 = 3 \cdot (x-1)$$

$$3 = 3x - 3$$

$$6 = 3x$$

$$x = 2$$

$$Zk.: \; L = 3 \cdot \frac{(2-2)!}{(2-1)!} = 3 \cdot \frac{0!}{1!} = 3 \cdot \frac{1}{1} = 3$$

$$P = 3 \qquad L = P$$

$$\frac{(x-2)!}{(x-3)!}-\frac{(x-1)!}{(x-2)!}=-(x^2-8)$$

podmínka: $x \in N, x \geq 3$

$$\frac{(x-2)\cdot\cancel{(x-3)!}}{\cancel{(x-3)!}}-\frac{(x-1)\cdot\cancel{(x-2)!}}{\cancel{(x-2)!}}=-(x^2-8)$$

$$x-2-x+1=-x^2+8$$

$$x^2-9=0$$

$$x^2=9$$

$$x=\pm\sqrt{9}$$

$x_1=3$ $\quad$ $x_2=-3$ $\quad$ ***x_2 nevyhovuje dané rovnici***

$$Zk.:\ L=\frac{(3-2)!}{(3-3)!}-\frac{(3-1)!}{(3-2)!}=\frac{1!}{0!}-\frac{2!}{1!}=1-2=-1$$

$$P=-(3^2-8)=-(9-8)=-1 \qquad L=P$$

Použité zdroje:

HUDCOVÁ, Milada a Libuše KUBIČÍKOVÁ. *Sbírka úloh z matematiky pro SOŠ, SOU a nástavbové studium*. 1. vyd. Praha: Prometheus, c2000, 415 s. Učebnice pro střední školy (Prometheus). ISBN 80-719-6165-5.