



evropský  
sociální  
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,  
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání  
pro konkurenceschopnost

### INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

<b>Škola:</b>	<b>Střední škola obchodní, České Budějovice, Husova 9</b>
<b>Projekt MŠMT ČR:</b>	<b>EU PENÍZE ŠKOLÁM</b>
<b>Číslo projektu:</b>	<b>CZ.1.07/1.5.00/34.0536</b>
<b>Název projektu školy:</b>	<b>Výuka s ICT na SŠ obchodní České Budějovice</b>
<b>Šablona III/2:</b>	<b>Inovace a zkvalitnění výuky prostřednictvím ICT</b>
<b>Číslo šablony:</b>	VY_32_INOVACE_MAT_399
<b>Předmět:</b>	Matematika
<b>Tematický okruh:</b>	Kombinatorika a pravděpodobnost
<b>Autor, spoluautor:</b>	Mgr. Iva Kálalová
<b>Název DUMu:</b>	Pravděpodobnost průniku jevů
<b>Pořadové číslo DUMu:</b>	19
<b>Stručná anotace:</b>	<p>Prezentace je zaměřena na pochopení určení pravděpodobnosti průniku jevů. V jednotlivých úkolech žáci pracují samostatně, výsledky jsou postupně kontrolovány a opravovány, aby žáci nepracovali s případnou chybou.</p>
<b>Ročník:</b>	3.
<b>Obor vzdělání:</b>	63-41-M/01 Ekonomika a podnikání, 65-42-M/02 Cestovní ruch
<b>Metodický pokyn:</b>	Žáci použijí poslední snímek k ověření pochopení výpočtu pravděpodobnosti průniku.
<b>Výsledky vzdělávání:</b>	Žák bezchybně určí pravděpodobnost průniku jevů.
<b>Vytvořeno dne:</b>	21. 4. 2013
Pokud není uvedeno jinak, uvedený materiál je z vlastních zdrojů autora.	

# **PRAVDĚPODOBNOST PRŮNIKU JEVŮ**

**Zopakujme si:**

**Pravděpodobnost náhodného jevu je rovna podílu počtu výsledků příznivých danému jevu a počtu všech možných výsledků.**

$$P(A) = \frac{m}{n}$$

***m*** je počet výsledků, které mají za následek nastoupení jevu A

***n*** je počet všech možných výsledků

Nyní se podíváme, jak určit pravděpodobnost průniku nezávislých jevů, tedy pravděpodobnost, kdy současně nastanou oba jevy  $A$  i  $B$ .

$$P(A \cap B)$$

Dva jevy  $A$  a  $B$  jsou *nezávislé*, jestliže pravděpodobnost jednoho jevu nezávisí na nastoupení jevu druhého.

**Pro nezávislé jevy je pravděpodobnost průniku dvou jevů rovna součinu pravděpodobností těchto jevů :**

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$$

**1)** Pravděpodobnost vyrobení kvalitního výrobku na prvním stroji je 0,8 a na druhém stroji 0,9. Oba stroje pracují nezávisle na sobě. Vybereme po jednom výrobku z produkce obou strojů. Jaká je pravděpodobnost, že oba výrobky budou kvalitní?

**Řešení:**

- označme jako jev **A** vyrobení kvalitního výrobku na prvním stroji:  $P(A) = 0,8$   
jako jev **B** vyrobení kvalitního výrobku na druhém stroji:  $P(B) = 0,9$
- **pravděpodobnost vybrání dvou kvalitních výrobků (první je kvalitní a druhý je kvalitní) je:**

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B) = 0,8 \cdot 0,9 = 0,72$$

- 2) Jevy **A**, **B**, **C** jsou vzájemně nezávislé. Všechny mají stejnou pravděpodobnost 0,8. Vypočítejte
- a) pravděpodobnost, že při jednom náhodném pokusu nastanou všechny tři jevy
  - b) pravděpodobnost, že nenastane ani jeden jev.

**Řešení:**

→ pravděpodobnost, že jev **nastane: 0,8**  
pravděpodobnost, že jev **nenastane: 0,2** → opačný jev

- a) **pravděpodobnost, že při jednom náhodném pokusu nastanou všechny tři jevy (nastane jev A a jev B a jev C) je:**

$$\begin{aligned} P(A \cap B \cap C) &= P(A) \cdot P(B) \cdot P(C) = \\ &= 0,8 \cdot 0,8 \cdot 0,8 = \mathbf{0,512} \end{aligned}$$

- 2) Jevy **A**, **B**, **C** jsou vzájemně nezávislé. Všechny mají stejnou pravděpodobnost 0,8. Vypočítejte
- a) pravděpodobnost, že při jednom náhodném pokusu nastanou všechny tři jevy
  - b) pravděpodobnost, že nenastane ani jeden jev.

**Řešení:**

→ pravděpodobnost, že jev **nastane: 0,8**  
pravděpodobnost, že jev **nenastane: 0,2** → opačný jev

**b) pravděpodobnost, že nenastane ani jeden jev  
(nenastane jev A a nenastane jev B a nenastane jev C)  
je:**

$$\begin{aligned} P(\bar{A} \cap \bar{B} \cap \bar{C}) &= P(\bar{A}) \cdot P(\bar{B}) \cdot P(\bar{C}) = \\ &= 0,2 \cdot 0,2 \cdot 0,2 = \mathbf{0,008} \end{aligned}$$

3) Žák skládá 3 zkoušky. Pravděpodobnosti úspěchů u jednotlivých zkoušek jsou 0,5; 0,9 a 0,8. Jaká je pravděpodobnost, že žák složí pouze poslední zkoušku?

**Řešení:**

- jev  $A$  : první zkoušku **složí** s pravděpodobností **0,5**  
jev  $\bar{A}$  : první zkoušku **nesloží** s pravděpodobností **0,5**
- jev  $B$  : druhou zkoušku **složí** s pravděpodobností **0,9**  
jev  $\bar{B}$  : druhou zkoušku **nesloží** s pravděpodobností **0,1**
- jev  $C$  : třetí zkoušku **složí** s pravděpodobností **0,8**  
jev  $\bar{C}$  : třetí zkoušku **nesloží** s pravděpodobností **0,2**
- **pravděpodobnost, že složí pouze poslední zkoušku (nesloží první zkoušku a nesloží druhou zkoušku a složí třetí zkoušku) je:**

$$\begin{aligned} P(\bar{A} \cap \bar{B} \cap C) &= P(\bar{A}) \cdot P(\bar{B}) \cdot P(C) = \\ &= 0,5 \cdot 0,1 \cdot 0,8 = \mathbf{0,04} \end{aligned}$$



4) Rozhodněte, zda jevy **A** a **B** jsou nezávislé, jestliže je  
 $P(A) = 0,3, P(B) = 0,4, P(A \cap B) = 0,12.$



5) Pravděpodobnost, že kvalitní výrobek bude vyhovovat všem technickým požadavkům, je 0,95. Jaká je pravděpodobnost, že všechny tři náhodně vybrané výrobky budou **a)** vyhovující  
**b)** nevyhovující?



4) Rozhodněte, zda jevy **A** a **B** jsou nezávislé, jestliže je  
 $P(A) = 0,3, P(B) = 0,4, P(A \cap B) = 0,12.$

**Řešení:**

→  $P(A \cap B) = 0,12$

→  $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B) = 0,3 \cdot 0,4 = 0,12$

→ ano, jevy jsou nezávislé

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$$



- 5) Pravděpodobnost, že kvalitní výrobek bude vyhovovat všem technickým požadavkům, je 0,95. Jaká je pravděpodobnost, že všechny tři náhodně vybrané výrobky budou **a) vyhovující**  
**b) nevyhovující?**

**Řešení:**

- jev  $A$  : první výrobek **vyhovuje** s pravděpodobností **0,95**  
jev  $\bar{A}$  : první výrobek **nevyhovuje** s pravděpodobností **0,05**
- jev  $B$  : druhý výrobek **vyhovuje** s pravděpodobností **0,95**  
jev  $\bar{B}$  : druhý výrobek **nevyhovuje** s pravděpodobností **0,05**
- jev  $C$  : třetí výrobek **vyhovuje** s pravděpodobností **0,95**  
jev  $\bar{C}$  : třetí výrobek **nevyhovuje** s pravděpodobností **0,05**

**a)  $P(A \cap B \cap C) = 0,95 \cdot 0,95 \cdot 0,95 = 0,857$**

**b)  $P(\bar{A} \cap \bar{B} \cap \bar{C}) = 0,05 \cdot 0,05 \cdot 0,05 = 0,000125$**



Použité zdroje:

PETRÁNEK, Oldřich, Emil CALDA a Petr HEBÁK.

*Matematika pro střední odborné školy a studijní obory středních odborných učilišť.*

5. vyd. Praha: Prometheus, 1997, 148 s.

Učebnice pro střední školy (Prometheus).

ISBN 80-7196-040-3.

JIRÁSEK, František.

*Sbírka úloh z matematiky pro SOŠ a pro studijní obory SOU.*

3., upr. vyd., dotisk. Praha: Prometheus, 1989, 479 s.

Učebnice pro střední školy (Prometheus).

ISBN 80-719-6012-8.