



evropský
sociální
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání
pro konkurenceschopnost

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Škola:	Střední škola obchodní, České Budějovice, Husova 9
Projekt MŠMT ČR:	EU PENÍZE ŠKOLÁM
Číslo projektu:	CZ.1.07/1.5.00/34.0536
Název projektu školy:	Výuka s ICT na SŠ obchodní České Budějovice
Šablona III/2:	Inovace a zkvalitnění výuky prostřednictvím ICT
Číslo šablony:	VY_32_INOVACE_MAT_398
Předmět:	Matematika
Tematický okruh:	Kombinatorika a pravděpodobnost
Autor, spoluautor:	Mgr. Iva Kálalová
Název DUMu:	Pravděpodobnost sjednocení jevů
Pořadové číslo DUMu:	18
Stručná anotace:	Prezentace je zaměřena na pochopení určení pravděpodobnosti sjednocení jevů. V jednotlivých úkolech žáci pracují samostatně, výsledky jsou postupně kontrolovány a opravovány, aby žáci nepracovali s případnou chybou.
Ročník:	3.
Obor vzdělání:	63-41-M/01 Ekonomika a podnikání, 65-42-M/02 Cestovní ruch
Metodický pokyn:	Žáci použijí poslední snímek k ověření pochopení výpočtu pravděpodobnosti náhodného jevu.
Výsledky vzdělávání:	Žák bezchybně určí pravděpodobnost sjednocení jevů.
Vytvořeno dne:	20. 4. 2013
Pokud není uvedeno jinak, uvedený materiál je z vlastních zdrojů autora.	

PRAVDĚPODOBNOST SJEDNOCENÍ JEVŮ

Zopakujme si:

Pravděpodobnost náhodného jevu je rovna podílu počtu výsledků příznivých danému jevu a počtu všech možných výsledků.

$$P(A) = \frac{m}{n}$$

m je počet výsledků, které mají za následek nastoupení jevu A

n je počet všech možných výsledků

Nyní se podíváme, jak určit pravděpodobnost sjednocení jevů, tedy pravděpodobnost, kdy může nastat jev A nebo jev B .

$$**$P(A \cup B)$**$$

- 1) V loterii je 1 000 losů, ze kterých jeden vyhrává první cenu, pět vyhrává druhou cenu a dvacet vyhrává třetí cenu. Jaká je pravděpodobnost, že na zakoupený los vyhraje?

Řešení:

→ označme jako jev **A** výhru první ceny, jako jev **B** výhru druhé ceny a jako jev **C** výhru třetí ceny

→ $P(A) = \frac{1}{1\,000} = 0,001$

$$P(B) = \frac{5}{1\,000} = 0,005$$

$$P(C) = \frac{20}{1\,000} = 0,020$$

pokud se vytažené losy do osudí nevracejí, nemůžeme na los vyhrát více než jednou

jevy **A, B, C** jsou jevy neslučitelné

→ **pravděpodobnost výhry první, druhé nebo třetí ceny je:** $P(A) + P(B) + P(C) = 0,026$

2) V osudí jsou obálky s čísly od 1 do 45. Jaká je pravděpodobnost, že vytáhneme obálku s číslem, které je násobkem 5 nebo 4?

Řešení:

→ označme jako jev **A** vytažení obálky s číslem, které je násobkem 5 → 5, 10, 15, 20, 25, 30, 35, 40, 45

→ označme jako jev **B** vytažení obálky s číslem, které je násobkem 4 → 4, 8, 12, 16, 20, 24, 28, 32, 36, 40, 44

$$\rightarrow P(A) = \frac{9}{45} = \frac{1}{5}$$

$$P(B) = \frac{11}{45}$$

jevy **A, B** obsahují stejná čísla

jevy **A, B** nejsou jevy neslučitelné
(mají společné možnosti)

→ **Pravděpodobnost vytažení obálky s násobkem 5 nebo 4 je:**

$$P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \frac{9}{45} + \frac{11}{45} - \frac{2}{45} = \frac{18}{45} = \frac{2}{5} = 0,4$$

**Pravděpodobnost sjednocení libovolných jevů
je dána vztahem:**


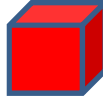

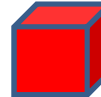
$$***P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)***$$

Pro neslučitelné jevy platí $P(A \cap B) = 0$

$$***P(A \cup B) = P(A) + P(B)***$$

- 3) Jaká je pravděpodobnost, že při hodu dvěma kostkami
- padne součet pět nebo šest
 - případ a) nenastane?

Řešení:

					
a) padne součet pět: (jev A)	1	4	součet šest: (jev B)	1	5
	2	3		2	4
	3	2		3	3
	4	1		4	2
				5	1
	$P(A) = \frac{4}{36}$			$P(A) = \frac{5}{36}$	

→ jevy **A**, **B** jsou jevy neslučitelné



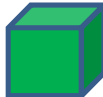
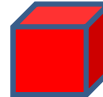
$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

→ pravděpodobnost, že padne součet 5 nebo 6:

$$P(A \cup B) = \frac{4}{36} + \frac{5}{36} = \frac{9}{36} = \frac{1}{4} = \mathbf{0,25}$$

- 3) Jaká je pravděpodobnost, že při hodu dvěma kostkami
- padne součet pět nebo šest
 - případ a) nenastane?

Řešení:

					
a) padne součet pět: (jev A)	1	4	součet šest:	1	5
	2	3	(jev B)	2	4
	3	2		3	3
	4	1		4	2
				5	1

$$P(A \cup B) = \frac{4}{36} + \frac{5}{36} = \frac{9}{36} = \frac{1}{4} = 0,25$$

- b) případ a) nenastane \rightarrow opačný jev
(jev C)
- $\rightarrow P(C) = \frac{3}{4} = 0,75$

4) Jaká je pravděpodobnost, že náhodně vybrané dvojciferné číslo je dělitelné deseti nebo šesti?



5) V klobouku jsou 4 míčky zelené a 3 míčky modré. Vybereme náhodně dva z nich. Jaká je pravděpodobnost, že budou oba stejné barvy?



4) Jaká je pravděpodobnost, že náhodně vybrané dvojciferné číslo je dělitelné deseti nebo šesti?

Řešení:

→ počet všech dvojciferných čísel: **90**

→ čísla dělitelná 10 (jev A):

10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90

→ čísla dělitelná 6 (jev B):

12, 18, 24, 30, 36, 42, 48, 54, 60, 66, 72, 78, 84, 90, 96

→
$$P(A \cup B) = \frac{9}{90} + \frac{15}{90} - \frac{3}{90} = \frac{21}{90} = \frac{7}{30} = 0,23$$



- 5) V klobouku jsou 4 míčky zelené a 3 míčky modré.
Vybereme náhodně dva z nich. Jaká je pravděpodobnost,
že budou oba stejné barvy (**zelené nebo modré**)?

Řešení:

→ počet všech možností pro výběr dvou míčků ze sedmi:

$$K(2,7) = \binom{7}{2} = \frac{7 \cdot 6}{2!} = 21$$

→ počet možností pro výběr dvou míčků stejné barvy:

jev A – zelené míčky: $K(2,4) = \binom{4}{2} = \frac{4 \cdot 3}{2} = 6$

jev B – modré míčky: $K(2,3) = \binom{3}{2} = \binom{3}{1} = 3$

→ $P(A \cup B) = \frac{6}{21} + \frac{3}{21} = \frac{9}{21} = \frac{3}{7} = \mathbf{0,43}$



Použité zdroje:

PETRÁNEK, Oldřich, Emil CALDA a Petr HEBÁK.

Matematika pro střední odborné školy a studijní obory středních odborných učilišť.

5. vyd. Praha: Prometheus, 1997, 148 s.

Učebnice pro střední školy (Prometheus).

ISBN 80-7196-040-3.

JIRÁSEK, František.

Sbírka úloh z matematiky pro SOŠ a pro studijní obory SOU.

3., upr. vyd., dotisk. Praha: Prometheus, 1989, 479 s.

Učebnice pro střední školy (Prometheus).

ISBN 80-719-6012-8.