INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Škola:	**Střední škola obchodní, České Budějovice, Husova 9**
Projekt MŠMT ČR:	**EU PENÍZE ŠKOLÁM**
Číslo projektu:	**CZ.1.07/1.5.00/34.0536**
Název projektu školy:	**Výuka s ICT na SŠ obchodní České Budějovice**
Šablona III/2:	**Inovace a zkvalitnění výuky prostřednictvím ICT**
Číslo šablony:	VY_32_INOVACE_MAT_397
Předmět:	Matematika
Tematický okruh:	Kombinatorika a pravděpodobnost
Autor, spoluautor:	Mgr. Iva Kálalová
Název DUMu:	Pravděpodobnost náhodného jevu
Pořadové číslo DUMu:	17
Stručná anotace:	
Prezentace obsahuje klasickou definici pravděpodobnosti a je zaměřena na pochopení základních pojmů a výpočtů pravděpodobnosti náhodného jevu. V jednotlivých úkolech žáci pracují samostatně, výsledky jsou postupně kontrolovány a opravovány, aby žáci nepracovali s případnou chybou.	
Ročník:	3.
Obor vzdělání:	63-41-M/01 Ekonomika a podnikání, 65-42-M/02 Cestovní ruch
Metodický pokyn:	Žáci použijí poslední snímek k ověření pochopení výpočtu pravděpodobnosti náhodného jevu.
Výsledky vzdělávání:	Žák bezchybně určí pravděpodobnost náhodného jevu.
Vytvořeno dne:	20. 4. 2013
Pokud není uvedeno jinak, uvedený materiál je z vlastních zdrojů autora.	

PRAVDĚPODOBNOST NÁHODNÉHO JEVU

Ve fyzice a chemii se často setkáváme s pokusy, které při splnění předepsaných podmínek vedou vždy ke stejnému, předem očekávanému výsledku.

např. fyzikální zákon o změně skupenství vody zahřáté na 100°C při tlaku 100 kPa

V praxi se ale častěji setkáváme s různými pokusy, které i při dodržení stejných podmínek mohou vést k různým výsledkům.

Výsledek pokusu je nejistý, říkáme, že závisí na náhodě.

Náhoda je příčinou toho, že výsledky některých pokusů neumíme předem určit.

Tyto pokusy nazýváme náhodné pokusy.

např. hod kostkou či mincí, otočení ruletou, vytažení karty apod.

Za náhodný pokus se považuje každá opakovatelná činnost, prováděná za stejných nebo přibližně stejných podmínek, jejíž výsledek je nejistý a závisí na náhodě.

Při náhodném pokusu neumíme sice s jistotou předpovědět určitý výsledek, velmi často však ale umíme určit všechny možné náhodné jevy, výsledky náhodného pokusu.

Náhodným jevem rozumíme jakékoli tvrzení o výsledku náhodného pokusu, o kterém lze (po provedení pokusu) **rozhodnout, zda je pravdivé.**

např. při hodu kostkou (náhodný pokus) můžeme za náhodný jev považovat **padnutí stěny s 1 bodem** nebo **padnutí stěny se sudým počtem bodů** atd.

Náhodné jevy budeme značit velkými písmeny ***A, B, C, …***

Nemožný jev **- jev, který při daných podmínkách nikdy nenastane**

např. při hodu kostkou **padnutí stěny se 7 body**

Jistý jev **- jev, který při daných podmínkách vždy nastane**

např. při hodu kostkou **padnutí stěny s lichým nebo sudým počtem bodů**

Opačný jev k jevu A **- jev, který nastává právě tehdy, když nenastává jev A**

- značení: $\overline{\boldsymbol{A}}$

např. při určování pohlaví novorozence je k **narození děvčete** opačným jevem **narození chlapce**

Před provedením náhodného pokusu si často klademe otázku:

Jaká je naděje, že ten či jiný jev nastane?

Jaká je pravděpodobnost, že ten či jiný jev nastane?

Klasická definice pravděpodobnosti:

Pokud jde o takový náhodný pokus, u něhož jsou výsledky stejně možné (pravděpodobné), je jich konečný počet a vzájemně se vylučují, potom číselnou hodnotu pravděpodobnosti náhodného jevu A určíme podle vzorce:

$$P(A) = \frac{m}{n}$$

$$\boxed{P(A) = \frac{m}{n}}$$

m je počet výsledků, které mají za následek nastoupení jevu A

n je počet všech možných výsledků

Pravděpodobnost náhodného jevu je rovna podílu počtu výsledků příznivých danému jevu a počtu všech možných výsledků.

1) V loterii je 5 000 losů, z nichž 100 losů vyhrává. Jaká je pravděpodobnost, že na zakoupený los

a) vyhrajeme

b) nevyhrajeme?

počet příznivých výsledků
(výsledků, které chceme aby nastaly)

Řešení:

a) vyhrajeme $\Rightarrow$ vyhrává 100 losů z 5 000 losů

$\rightarrow$ pravděpodobnost výhry:

počet všech možných výsledků

$$P(A) = \frac{100}{5\,000} = \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{50}} = \mathbf{0{,}02} = \mathbf{2}\ \%$$

b) nevyhrajeme $\Rightarrow$ opačný (doplňkový jev) k jevu: vyhrajeme

$$P(\bar{A}) = 1 - 0{,}02 = \mathbf{0{,}98} = \mathbf{98}\ \% = \frac{\mathbf{49}}{\mathbf{50}}$$

2) Jaká je při hodu hrací kostkou pravděpodobnost, že padne stěna

a) s jedním bodem

b) se šesti body

c) s osmi body

d) se sudým nebo lichým počtem bodů

e) se čtyřmi nebo pěti body?

Řešení:

a) s jedním bodem ⟹ jedna možnost ze šesti možností

⟹ $$P(A) = \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{6}} = \mathbf{0,17} = \mathbf{17\%}$$

b) se šesti body ⟹ $$P(A) = \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{6}} = \mathbf{0,17} = \mathbf{17\%}$$

2) Jaká je při hodu hrací kostkou pravděpodobnost, že padne stěna

a) s jedním bodem

b) se šesti body

c) s osmi body

d) se sudým nebo lichým počtem bodů

e) se čtyřmi nebo pěti body?

Řešení:

c) s osmi body $\Longrightarrow$ nemožný jev $\Longrightarrow$ $P(A) = \mathbf{0}$

d) se sudým nebo lichým počtem bodů $\Longrightarrow$ jistý jev

$\Longrightarrow$ $P(A) = \mathbf{1}$

2) Jaká je při hodu hrací kostkou pravděpodobnost, že padne stěna

a) s jedním bodem

b) se šesti body

c) s osmi body

d) se sudým nebo lichým počtem bodů

e) se čtyřmi nebo pěti body?

Řešení:

e) se čtyřmi nebo pěti body

⟹ dvě možnosti ze šesti možností

$$\Longrightarrow \quad P(A) = \frac{2}{6} = \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{3}} = \mathbf{0{,}33} = \mathbf{33}\%$$

Základní vlastnosti pravděpodobnosti:

- pravděpodobnost náhodného jevu A nabývá hodnot mezi nulou a jedničkou $\mathbf{0 \le \boldsymbol{P(A)} \le 1}$
- pravděpodobnost jistého jevu je ***1***
- pravděpodobnost nemožného jevu je ***0***
- pro pravděpodobnost náhodného jevu A a jevu opačného platí $\boldsymbol{P(A) + P(\overline{A}) = 1}$**,** neboli $\boldsymbol{P(A) = 1 - P(\overline{A})}$
- číselnou hodnotu pravděpodobnosti lze vyjádřit zlomkem, desetinným číslem nebo procenty

3) Ve třídě je 40 žáků, z toho 15 chlapců. Náhodně vybereme dva žáky. Jaká je pravděpodobnost, že to bude jeden chlapec a jedna dívka?

Řešení:

- počet všech možností pro výběr 2 žáků ze 40 žáků:

$$K(2{,}40) = \binom{40}{2} = \frac{40 \cdot 39}{2!} = 780$$

- počet možností pro výběr 1 chlapce a 1 dívky:

$$K(1{,}15) \cdot K(1{,}25) = \binom{15}{1} \cdot \binom{25}{1} = 15 \cdot 25 = 375$$

- $$P(A) = \frac{375}{780} = \frac{\mathbf{25}}{\mathbf{52}} = \mathbf{0,48} = \mathbf{48}\%$$

4) Jaká je pravděpodobnost, že při jednom hodu dvěma kostkami padnou současně dvě šestky?

5) V obálce je 20 kartiček očíslovaných čísly 1 až 20. Jaká je pravděpodobnost, že z obálky vytáhneme kartičku s číslem menším než pět?

6) Ze sedmi mužů a osmi žen se má vybrat trojice. Jaká je pravděpodobnost, že v ní budou pouze ženy?

4) Jaká je pravděpodobnost, že při jednom hodu dvěma kostkami padnou současně dvě šestky?

Řešení:

→ počet všech možností, které mohou nastat při jednom hodu dvěma kostkami: $\mathbf{6 \cdot 6 = 36}$

→ padnou současně dvě šestky je jedna možnost

→ $P(A) = \dfrac{\mathbf{1}}{\mathbf{36}}$

5) V obálce je 20 kartiček očíslovaných čísly 1 až 20. Jaká je pravděpodobnost, že z obálky vytáhneme kartičku s číslem menším než pět?

Řešení:

→ počet všech možností, které mohou nastat: ***20***

→ počet kartiček s číslem menším než pět: ***4***

→ $$P(A) = \frac{4}{20} = \mathbf{\frac{1}{5}} = \mathbf{0,2}$$

6) Ze sedmi mužů a osmi žen se má vybrat trojice.
Jaká je pravděpodobnost, že v ní budou pouze ženy?

Řešení:

→ počet všech možností pro výběr trojice z 15 lidí:

$$K(3,15) = \binom{15}{3} = \frac{15 \cdot 14 \cdot 13}{3!} = 455$$

→ počet možností pro výběr tří žen z 8 žen:

$$K(3,8) = \binom{8}{3} = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6}{3!} = 56$$

→ $$P(A) = \frac{56}{455} = \mathbf{\frac{8}{65}}$$

Použité zdroje:

PETRÁNEK, Oldřich, Emil CALDA a Petr HEBÁK.
Matematika pro střední odborné školy a studijní obory středních odborných učilišť.
5. vyd. Praha: Prometheus, 1997, 148 s.
Učebnice pro střední školy (Prometheus).
ISBN 80-7196-040-3.