INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

| | |
|---|---|
| **Škola:** | **Střední škola obchodní, České Budějovice, Husova 9** |
| **Projekt MŠMT ČR:** | **EU PENÍZE ŠKOLÁM** |
| **Číslo projektu:** | **CZ.1.07/1.5.00/34.0536** |
| **Název projektu školy:** | **Výuka s ICT na SŠ obchodní České Budějovice** |
| **Šablona III/2:** | **Inovace a zkvalitnění výuky prostřednictvím ICT** |
| | |
| **Číslo šablony:** | VY_32_INOVACE_MAT_395 |
| **Předmět:** | Matematika |
| **Tematický okruh:** | Kombinatorika a pravděpodobnost |
| **Autor, spoluautor:** | Mgr. Iva Kálalová |
| **Název DUMu:** | Binomická věta– k-tý člen binomického rozvoje |
| **Pořadové číslo DUMu:** | 15 |
| **Stručná anotace:** | |
| Prezentace je zaměřena na vysvětlení výpočtu k-tého členu binomického rozvoje výrazu. | |
| Ročník: | 3. |
| Obor vzdělání: | 63-41-M/01 Ekonomika a podnikání, 65-42-M/02 Cestovní ruch |
| Metodický pokyn: | Žáci použijí poslední snímek k ověření pochopení výpočtu daného členu binomického rozvoje výrazu pomocí binomické věty. |
| Výsledky vzdělávání: | Žák bezchybně vypočítá *k*-tý člen binomického rozvoje výrazu pomocí binomické věty. |
| Vytvořeno dne: | 14. 4. 2013 |
| Pokud není uvedeno jinak, uvedený materiál je z vlastních zdrojů autora. | |

# BINOMICKÁ VĚTA
# obecný *k*-tý člen binomického rozvoje

Připomeňme si zápis binomické věty:

$$(a+b)^n = \binom{n}{0}a^n + \binom{n}{1}a^{n-1}b + \binom{n}{2}a^{n-2}b^2 + \binom{n}{3}a^{n-3}b^3 + \cdots$$

$$\ldots \binom{n}{k}a^{n-k}\,b^k + \cdots + \binom{n}{n-1}ab^{n-1} + \binom{n}{n}b^n$$

Utvořte binomický rozvoj výrazů (koeficienty zapisujte ve tvaru kombinačních čísel):

$$(a+b)^3 = \binom{3}{0}a^3 + \binom{3}{1}a^2b + \binom{3}{2}ab^2 + \binom{3}{3}b^3$$

$$(a+b)^4 = \binom{4}{0}a^4 + \binom{4}{1}a^3b + \binom{4}{2}a^2b^2 + \binom{4}{3}ab^3 + \binom{4}{4}b^4$$

- koeficient u prvního členu je $\binom{n}{\mathbf{0}}$
  - koeficient u druhého členu je $\binom{n}{\mathbf{1}}$
    - koeficient u třetího členu je $\binom{n}{\mathbf{2}}$

$$\boxed{\begin{gathered}(a+b)^n = \binom{n}{0}a^n + \binom{n}{1}a^{n-1}b + \binom{n}{2}a^{n-2}b^2 + \binom{n}{3}a^{n-3}b^3 + \cdots \\ \ldots \binom{n}{k}a^{n-k}\,b^k + \cdots + \binom{n}{n-1}ab^{n-1} + \binom{n}{n}b^n\end{gathered}}$$

- v některých úlohách je zapotřebí určit pouze daný člen binomického rozvoje výrazu

- libovolný k-tý člen binomického rozvoje výrazu má tvar:

$$\boxed{\binom{n}{k}a^{n-k}b^k}$$

$$\boxed{\binom{n}{k} a^{n-k} b^k}$$

Vypočtěte dané členy:

**a)** sedmý člen binomického rozvoje výrazu

$$\left(2x^2 - \frac{1}{x}\right)^9$$

sedmý člen rozvoje má tvar: $\binom{\mathbf{9}}{\mathbf{6}} \cdot \left(\mathbf{2}\boldsymbol{x}^{\mathbf{2}}\right)^{\mathbf{9-6}} \cdot \left(-\frac{\mathbf{1}}{\boldsymbol{x}}\right)^{\mathbf{6}}$

$$\binom{9}{6} \cdot (2x^2)^3 \cdot \left(-\frac{1}{x}\right)^6 = \binom{9}{3} \cdot 8x^6 \cdot \frac{1}{x^6} = \frac{9 \cdot 8 \cdot 7}{3!} \cdot 8 = 672$$

$$\boxed{\binom{n}{k} a^{n-k} b^{k}}$$

**b)** devátý člen binomického rozvoje výrazu

$$\left(3-\sqrt{3}\right)^{12}$$

devátý člen rozvoje má tvar: $\binom{\mathbf{12}}{\mathbf{8}} \cdot (\mathbf{3})^{\mathbf{12-8}} \cdot \left(-\sqrt{\mathbf{3}}\right)^{\mathbf{8}}$

$$\binom{12}{8} \cdot (3)^{4} \cdot \left(-\sqrt{3}\right)^{8} = \binom{12}{4} \cdot 81 \cdot 81 =$$

$$= \frac{12 \cdot 11 \cdot 10 \cdot 9}{4!} \cdot 6\,561 = 495 \cdot 6\,561 = \boxed{3\,247\,695}$$

$$\boxed{\binom{n}{k} a^{n-k} b^k}$$

**c)** jedenáctý člen binomického rozvoje výrazu $(x+1)^{11}$

➡ jedenáctý člen rozvoje má tvar: $\boldsymbol{\binom{11}{10} \cdot x^{11-10} \cdot 1^{10}}$

$$\binom{11}{10} \cdot x^{11-10} \cdot 1^{10} = \binom{11}{1} \cdot x \cdot 1 = 11x$$

**d)** čtvrtý člen binomického rozvoje výrazu

$$(a^3 - 2)^{10}$$

**e)** desátý člen binomického rozvoje výrazu

$$\left(\sqrt{2} + 1\right)^{13}$$

**f)** osmý člen binomického rozvoje výrazu

$$\left(5x^2 - \sqrt{3}\right)^9$$

**d)** čtvrtý člen binomického rozvoje výrazu

$$(a^3 - 2)^{10}$$

$$\binom{10}{3} \cdot (a^3)^7 \cdot (-2)^3 = \frac{10 \cdot 9 \cdot 8}{3!} \cdot a^{21} \cdot (-8) =$$

$$= 120 \cdot a^{21} \cdot (-8) =$$

$$= -960a^{21}$$

**e)** desátý člen binomického rozvoje výrazu

$$\left(\sqrt{2}+1\right)^{13}$$

$$\binom{13}{9}\cdot\left(\sqrt{2}\right)^{4}\cdot 1^{9}=\binom{13}{4}\cdot 4\cdot 1=\frac{13\cdot 12\cdot 11\cdot 10}{4!}\cdot 4=$$

$$=715\cdot 4 = 2\,860$$

**f)** osmý člen binomického rozvoje výrazu

$$\left(5x^2 - \sqrt{3}\right)^9$$

$$\binom{9}{7} \cdot (5x^2)^2 \cdot \left(-\sqrt{3}\right)^7 = \binom{9}{2} \cdot 25x^4 \cdot \left(-27\sqrt{3}\right) =$$

$$= \frac{9 \cdot 8}{2!} \cdot \left(-675x^4\sqrt{3}\right) = 36 \cdot \left(-675x^4\sqrt{3}\right) =$$

$$= -24\,300x^4\sqrt{3}$$

Použité zdroje:

PETRÁNEK, Oldřich, Emil CALDA a Petr HEBÁK.
*Matematika pro střední odborné školy a studijní obory středních odborných učilišť.*
5. vyd. Praha: Prometheus, 1997, 148 s.
Učebnice pro střední školy (Prometheus).
ISBN 80-7196-040-3.