



evropský
sociální
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání
pro konkurenceschopnost

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Škola:	Střední škola obchodní, České Budějovice, Husova 9
Projekt MŠMT ČR:	EU PENÍZE ŠKOLÁM
Číslo projektu:	CZ.1.07/1.5.00/34.0536
Název projektu školy:	Výuka s ICT na SŠ obchodní České Budějovice
Šablona III/2:	Inovace a zkvalitnění výuky prostřednictvím ICT
Číslo šablony:	VY_32_INOVACE_MAT_392
Předmět:	Matematika
Tematický okruh:	Kombinatorika a pravděpodobnost
Autor, spoluautor:	Mgr. Iva Kálalová
Název DUMu:	Vlastnosti kombinačních čísel
Pořadové číslo DUMu:	12
Stručná anotace:	
Prezentace je zaměřena na vysvětlení vlastností kombinačních čísel a na výpočty s kombinačními čísly. V jednotlivých úkolech žáci pracují samostatně, výsledky jsou postupně kontrolovány a opravovány, aby žáci nepracovali s případnou chybou.	
Ročník:	3.
Obor vzdělání:	63-41-M/01 Ekonomika a podnikání, 65-42-M/02 Cestovní ruch
Metodický pokyn:	Žáci použijí poslední snímek k ověření pochopení výpočtů s kombinačními čísly.
Výsledky vzdělávání:	Žák bezchybně užívá při výpočtu vlastností kombinačních čísel.
Vytvořeno dne:	18. 3. 2013
Pokud není uvedeno jinak, uvedený materiál je z vlastních zdrojů autora.	

VLASTNOSTI KOMBINAČNÍCH ČÍSEL

Zopakujme si:

Kombinační číslo $\binom{n}{k}$ jsme definovali pro všechna čísla $n, k \in N_0$ taková, že $n \geq k$.

Vypočtete: $\binom{7}{3} = \frac{7 \cdot 6 \cdot 5}{3!} = 35$

$\binom{4}{1} = \frac{4}{1!} = 4$

Všimněme si:

$\binom{5}{5} = \frac{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{5!} = 1$

Zapamatujme si:

$$\binom{n}{1} = n \quad \binom{n}{n} = 1 \quad \binom{n}{0} = 1 \quad \binom{0}{0} = 1$$

↳ $\binom{10}{10} = \binom{2}{2} = \binom{8}{8} = 1$

$$\binom{9}{1} = 9 \quad \binom{11}{0} = 1$$

**Nyní se podíváme na dvě věty vyjadřující
vlastnosti kombinačních čísel:**

Pro všechna $n, k \in N_0$ taková, že $n \geq k$ platí:

$$\text{a) } \binom{n}{k} = \binom{n}{n-k}$$


$$\text{b) } \binom{n}{k} + \binom{n}{k+1} = \binom{n+1}{k+1}$$

$$\binom{n}{k} = \binom{n}{n-k}$$

PŘ1. Vypočtete daná kombinační čísla:

$$\binom{12}{10} = \frac{12 \cdot 11 \cdot 10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3}{10!} = 66$$

$$\binom{12}{2} = \frac{12 \cdot 11}{2!} = 66$$


$$\binom{12}{10} = \binom{12}{2}$$

$$\binom{n}{k} = \binom{n}{n-k}$$

PŘ2. Vypočtěte co nejvýhodněji daná kombinační čísla:

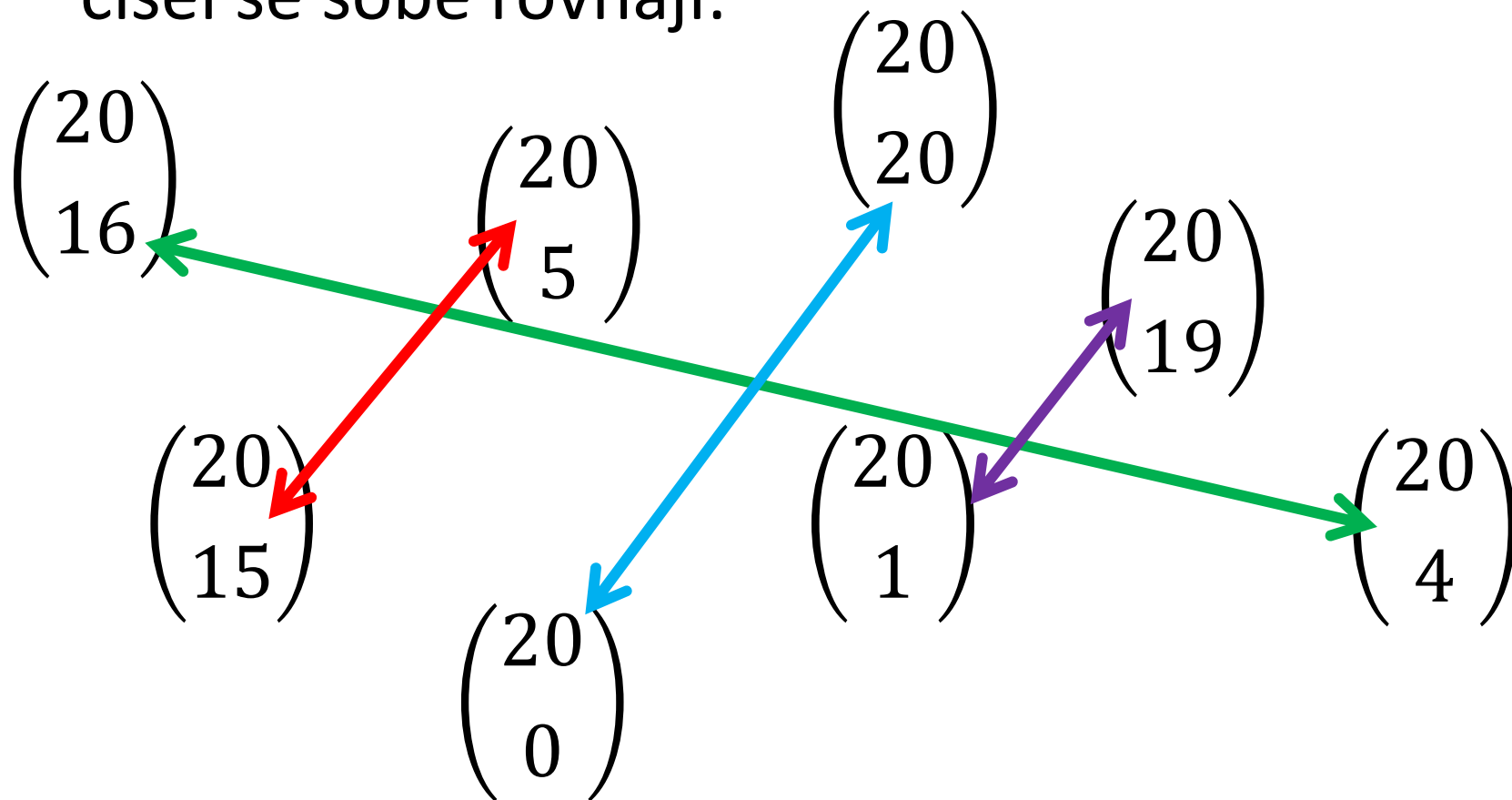
$$\binom{21}{20} = \binom{21}{1} = 21 \quad \binom{9}{7} = \binom{9}{2} = \frac{9 \cdot 8}{2!} = 36$$

$$\binom{15}{5} = \frac{15 \cdot 14 \cdot 13 \cdot 12 \cdot 11}{5!} = 3\,003$$

$$\binom{3}{2} = \binom{3}{1} = 3$$

$$\binom{n}{k} = \binom{n}{n-k}$$

PŘ3. Určete, která z následujících kombinačních čísel se sobě rovnají:



$$\binom{n}{k} = \binom{n}{n-k}$$

PŘ3. V množině všech přirozených čísel řešte

rovnici: $\binom{x}{x-2} + \binom{x}{x-1} = \frac{5x}{2}$ podmínka:
 $x \geq 2$

• **kombinační čísla upravíme dle uvedeného vztahu:**

$$\begin{aligned} \binom{x}{x-2} &= \binom{x}{x-(x-2)} = \binom{x}{x-x+2} = \binom{x}{2} = \frac{x \cdot (x-1)}{2!} \\ &= \frac{x^2 - x}{2} \end{aligned}$$

$$\binom{x}{x-1} = \binom{x}{x-(x-1)} = \binom{x}{x-x+1} = \binom{x}{1} = x$$

• **v rovnici nahradíme zadaná kombinační čísla upravenými**

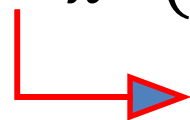
$$\binom{x}{x-2} + \binom{x}{x-1} = \frac{5x}{2}$$

$$\frac{x^2 - x}{2} + x = \frac{5x}{2}$$

$$x^2 - x + 2x = 5x$$

$$x^2 - 4x = 0$$

$$x \cdot (x - 4) = 0$$



$$x_1 = 0$$

$$x_2 = 4$$

$/ \cdot 2$

$/ -5x$

podmínka:

$$x \geq 2$$

x_1 nevyhovuje dané rovnici

$$\begin{aligned} \text{Zk.: } L &= \binom{4}{4-2} + \binom{4}{4-1} = \binom{4}{2} + \binom{4}{1} = \frac{4 \cdot 3}{2} + 4 = \\ &= 6 + 4 = 10 \end{aligned}$$

$$P = \frac{5 \cdot 4}{2} = 10$$

$$L = P$$

$$\binom{n}{k} + \binom{n}{k+1} = \binom{n+1}{k+1}$$

součtový vzorec pro kombinační čísla

PŘ. Zapište dané součty jedním kombinačním číslem:

a) $\binom{5}{2} + \binom{5}{3} = \binom{6}{3}$

b) $\binom{7}{3} + \binom{7}{4} = \binom{8}{4}$

c) $\binom{4}{0} + \binom{4}{1} + \binom{5}{2} + \binom{6}{3} = \binom{5}{1} + \binom{5}{2} + \binom{6}{3} =$
 $= \binom{6}{2} + \binom{6}{3} = \binom{7}{3}$

1. Vypočtete:

$$\binom{15}{14} + \binom{23}{23} - 3 \cdot \binom{5}{0} + \binom{10}{3}$$



2. Řešte rovnici:

$$\binom{x-1}{x-2} + \binom{x-2}{x-4} = \frac{x^2 - 2}{2}$$



$$\binom{15}{14} + \binom{23}{23} - 3 \cdot \binom{5}{0} + \binom{10}{3} =$$

$$= \binom{15}{1} + 1 - 3 \cdot 1 + \frac{10 \cdot 9 \cdot 8}{3!} =$$

$$= 15 + 1 - 3 + 120 = 133$$



$$\binom{x-1}{x-2} + \binom{x-2}{x-4} = \frac{x^2 - 2}{2} \quad \text{podmínka: } x \geq 4$$

$$\binom{x-1}{x-2} = \binom{x-1}{x-1-(x-2)} = \binom{x-1}{x-1-x+2} = \binom{x-1}{1} = x-1$$

$$\begin{aligned} \binom{x-2}{x-4} &= \binom{x-2}{x-2-(x-4)} = \binom{x-2}{x-2-x+4} = \binom{x-2}{2} = \\ &= \frac{(x-2) \cdot (x-3)}{2!} = \frac{x^2 - 3x - 2x + 6}{2} = \frac{x^2 - 5x + 6}{2} \end{aligned}$$

$$x-1 + \frac{x^2 - 5x + 6}{2} = \frac{x^2 - 2}{2} \quad / \cdot 2$$

$$2x - 2 + x^2 - 5x + 6 = x^2 - 2$$

$$-3x = -6$$

$$x = 2$$

nevyhovuje dané rovnici
rovnice nemá řešení



Použité zdroje:

HUDCOVÁ, Milada a Libuše KUBIČÍKOVÁ.

Sbírka úloh z matematiky pro SOŠ, SOU a nástavbové studium.

1. vyd. Praha: Prometheus, c2000, 415 s.

Učebnice pro střední školy (Prometheus).

ISBN 80-719-6165-5.

PETRÁNEK, Oldřich, Emil CALDA a Petr HEBÁK.

Matematika pro střední odborné školy a studijní obory středních odborných učilišť.

5. vyd. Praha: Prometheus, 1997, 148 s.

Učebnice pro střední školy (Prometheus).

ISBN 80-7196-040-3.