



evropský
sociální
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání
pro konkurenceschopnost

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Škola:	Střední škola obchodní, České Budějovice, Husova 9
Projekt MŠMT ČR:	EU PENÍZE ŠKOLÁM
Číslo projektu:	CZ.1.07/1.5.00/34.0536
Název projektu školy:	Výuka s ICT na SŠ obchodní České Budějovice
Šablona III/2:	Inovace a zkvalitnění výuky prostřednictvím ICT
Číslo šablony:	VY_32_INOVACE_MAT_391
Předmět:	Matematika
Tematický okruh:	Kombinatorika a pravděpodobnost
Autor, spoluautor:	Mgr. Iva Kálalová
Název DUMu:	Variace, permutace a kombinace bez opakování – řešení rovnic
Pořadové číslo DUMu:	11
Stručná anotace:	<p>Prezentace obsahuje zopakování výpočtů počtu variací, permutací a kombinací bez opakování a je dále zaměřena na řešení rovnic. V jednotlivých úkolech žáci pracují samostatně, výsledky jsou postupně kontrolovány a opravovány, aby žáci nepracovali s případnou chybou.</p>
Ročník:	3.
Obor vzdělání:	63-41-M/01 Ekonomika a podnikání, 65-42-M/02 Cestovní ruch
Metodický pokyn:	Žáci použijí první snímky k zopakování již probraného učiva a poslední snímek prezentace k ověření pochopení řešení rovnic.
Výsledky vzdělávání:	Žák bezchybně řeší rovnice s variacemi, permutacemi a kombinacemi bez opakování.
Vytvořeno dne:	16. 3. 2013
Pokud není uvedeno jinak, uvedený materiál je z vlastních zdrojů autora.	

**VARIACE, PERMUTACE
A KOMBINACE BEZ
OPAKOVÁNÍ
řešení rovnic**

Zopakujme si:

Vypočtete: $V(2,5) = 5 \cdot 4 = 20$

Upravte:

$$V(2, x) = x \cdot (x - 1) = x^2 - x$$

$$\begin{aligned} V(2, x + 2) &= (x + 2) \cdot (x + 1) \\ &= x^2 + x + 2x + 2 = x^2 + 3x + 2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} V(2, x - 4) &= (x - 4) \cdot (x - 5) \\ &= x^2 - 5x - 4x + 20 = x^2 - 9x + 20 \end{aligned}$$

Vypočtete: $P(4) = 4! = 24$

Upravte:

$$P(x) = x! = x \cdot (x - 1) \cdot (x - 2) \cdot \dots \cdot 2 \cdot 1$$

$$\begin{aligned} P(x + 1) &= (x + 1)! \\ &= (x + 1) \cdot x \cdot (x - 1) \cdot \dots \cdot 2 \cdot 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P(x - 2) &= (x - 2)! \\ &= (x - 2) \cdot (x - 3) \cdot (x - 4) \cdot \dots \cdot 2 \cdot 1 \end{aligned}$$

Vypočtete: $K(2,4) = \binom{4}{2} = \frac{4 \cdot 3}{2!} = \frac{12}{2} = 6$

Upravte:

$$K(2, x) = \binom{x}{2} = \frac{x \cdot (x - 1)}{2!} = \frac{x^2 - x}{2}$$

$$\begin{aligned} K(2, x + 2) &= \binom{x + 2}{2} = \frac{(x + 2) \cdot (x + 1)}{2!} \\ &= \frac{x^2 + x + 2x + 2}{2} = \frac{x^2 + 3x + 2}{2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} K(2, x - 2) &= \binom{x - 2}{2} = \frac{(x - 2) \cdot (x - 3)}{2!} \\ &= \frac{x^2 - 3x - 2x + 6}{2} = \frac{x^2 - 5x + 6}{2} \end{aligned}$$

Nyní se podíváme jak řešit rovnice s variacemi, permutacemi a kombinacemi bez opakování

- **variace, permutace a kombinace upravíme**
- **po úpravě řešíme rovnici
(lineární nebo kvadratickou)**
- **řešení ověříme zkouškou**

Řešte rovnice:

$$\text{a) } V(2, x + 1) = V(2, x) + 16$$

$$(x + 1) \cdot x = x \cdot (x - 1) + 16$$

$$\cancel{x^2} + x = \cancel{x^2} - x + 16 \quad /+x$$

$$2x = 16$$

$$x = 8$$

$$\text{Zk.: } L = V(2, 9) = 9 \cdot 8 = 72$$

$$P = V(2, 8) + 16 = 8 \cdot 7 + 16 = 56 + 16 = 72$$

$$L = P$$

$$\text{b) } P(x + 2) = 72 \cdot P(x)$$

$$(x + 2)! = 72 \cdot x!$$

$$(x + 2) \cdot (x + 1) \cdot \cancel{x!} = 72 \cdot \cancel{x!}$$

$$x^2 + x + 2x + 2 = 72$$

$$x^2 + 3x - 70 = 0$$

$$D = 3^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-70) = 289$$

$$x_{1,2} = \frac{-3 \pm \sqrt{289}}{2 \cdot 1} = \frac{-3 \pm 17}{2} \rightarrow \begin{matrix} x_1 = 7 \\ x_2 = -10 \end{matrix}$$

x_2 nevyhovuje dané rovnici

$$\text{Zk.: } L = P(9) = 9! = 362\,880$$

$$P = 72 \cdot P(7) = 72 \cdot 7! = 72 \cdot 5\,040 = 362\,880$$

$$L = P$$

$$c) \quad 14 \cdot \binom{x}{2} = 3 \cdot K(3, x)$$

$$14 \cdot \binom{x}{2} = 3 \cdot \binom{x}{3}$$

$$14 \cdot \frac{\cancel{x} \cdot (\cancel{x} - 1)}{2!} = 3 \cdot \frac{\cancel{x} \cdot (\cancel{x} - 1) \cdot (x - 2)}{3!}$$

$$\frac{14}{2} = 3 \cdot \frac{(x - 2)}{6}$$

$$7 = \frac{x - 2}{2} \quad / \cdot 2$$

$$14 = x - 2 \quad / + 2$$

$$x = 16$$

$$Zk.: L = 14 \cdot \binom{16}{2} = 14 \cdot \frac{16 \cdot 15}{2} = 14 \cdot 120 = 1\,680 \quad L = P$$

$$P = 3 \cdot K(3, 16) = 3 \cdot \binom{16}{3} = 3 \cdot \frac{16 \cdot 15 \cdot 14}{3!} = 3 \cdot 560 = 1\,680$$

Řešte rovnice:

$$\text{a) } V(2, x + 2) - 22 = V(2, x) \quad \rightarrow$$

$$\text{b) } K(2, x - 6) = 10 \quad \rightarrow$$

$$\text{c) } \binom{x-1}{2} = \binom{x}{2} + 2 \quad \rightarrow$$

$$V(2, x + 2) - 22 = V(2, x)$$

$$(x + 2) \cdot (x + 1) - 22 = x \cdot (x - 1)$$

$$x^2 + x + 2x + 2 - 22 = x^2 - x$$

$$x + 2x + x = -2 + 22$$

$$4x = 20$$

$$x = 5$$

$$\text{Zk.: } L = V(2, 7) - 22 = 7 \cdot 6 - 22 = 42 - 22 = 20$$

$$P = V(2, 5) = 5 \cdot 4 = 20$$



$$L = P$$

$$K(2, x - 6) = 10$$

$$\binom{x - 6}{2} = 10$$

$$\frac{(x - 6) \cdot (x - 7)}{2!} = 10$$

$$\frac{x^2 - 7x - 6x + 42}{2} = 10 \quad / \cdot 2$$

$$x^2 - 13x + 42 = 20$$

$$x^2 - 13x + 22 = 0$$

Zk.:

$$L = K(2, 5) = \binom{5}{2} = \frac{5 \cdot 4}{2!} = 10$$

$$P = 10$$

$$L = P$$

$$D = (-13)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 22 = 81$$

$$x_{1,2} = \frac{13 \pm \sqrt{81}}{2 \cdot 1} = \frac{13 \pm 9}{2} \rightarrow \begin{array}{l} x_1 = 11 \\ x_2 = 2 \end{array}$$



x_2 nevyhovuje dané rovnici

$$\binom{x-1}{2} = \binom{x}{2} + 2$$

$$\frac{(x-1) \cdot (x-2)}{2!} = \frac{x \cdot (x-1)}{2!} + 2$$

$$\frac{x^2 - 2x - x + 2}{2} = \frac{x^2 - x}{2} + 2 \quad / \cdot 2$$

$$x^2 - 3x + 2 = x^2 - x + 4$$

$$-2x = 2$$

$$x = -1$$

kořen nevyhovuje dané rovnici → rovnice nemá řešení



Použité zdroje:

HUDCOVÁ, Milada a Libuše KUBIČÍKOVÁ.

Sbírka úloh z matematiky pro SOŠ, SOU a nástavbové studium.

1. vyd. Praha: Prometheus, c2000, 415 s.

Učebnice pro střední školy (Prometheus).

ISBN 80-719-6165-5.

JIRÁSEK, František.

Sbírka úloh z matematiky pro SOŠ a pro studijní obory SOU.

3., upr. vyd., dotisk. Praha: Prometheus, 1989, 479 s.

Učebnice pro střední školy (Prometheus).

ISBN 80-719-6012-8.