



## INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

<b>Škola:</b>	<b>Střední škola obchodní, České Budějovice, Husova 9</b>
<b>Projekt MŠMT ČR:</b>	<b>EU PENÍZE ŠKOLÁM</b>
<b>Číslo projektu:</b>	<b>CZ.1.07/1.5.00/34.0536</b>
<b>Název projektu školy:</b>	<b>Výuka s ICT na SŠ obchodní České Budějovice</b>
<b>Šablona III/2:</b>	<b>Inovace a zkvalitnění výuky prostřednictvím ICT</b>
<b>Číslo šablony:</b>	VY_32_INOVACE_MAT_390
<b>Předmět:</b>	Matematika
<b>Tematický okruh:</b>	Kombinatorika a pravděpodobnost
<b>Autor, spoluautor:</b>	Mgr. Iva Kálalová
<b>Název DUMu:</b>	Kombinace bez opakování – slovní úlohy
<b>Pořadové číslo DUMu:</b>	10
<b>Stručná anotace:</b>	Prezentace obsahuje zopakování výpočtu počtu kombinací bez opakování a je dále zaměřena na řešení slovních úloh. V jednotlivých úlohách žáci pracují samostatně, výsledky jsou postupně kontrolovány a opravovány, aby žáci nepracovali s případnou chybou.
<b>Ročník:</b>	3.
<b>Obor vzdělání:</b>	63-41-M/01 Ekonomika a podnikání, 65-42-M/02 Cestovní ruch
<b>Metodický pokyn:</b>	Žáci použijí poslední snímek prezentace k ověření pochopení řešení slovních úloh.
<b>Výsledky vzdělávání:</b>	Žák bezchybně počítá kombinace bez opakování.
<b>Vytvořeno dne:</b>	16. 3. 2013
Pokud není uvedeno jinak, uvedený materiál je z vlastních zdrojů autora.	

# **KOMBINACE BEZ OPAKOVÁNÍ**

**řešení slovních úloh**

Zopakujme si :

Zapište a vypočtete:

- a) kombinace třetí třídy ze sedmi prvků
- b) kombinace první třídy ze dvou prvků
- c) kombinace páté třídy ze dvou prvků
- d) kombinace třetí třídy ze tří prvků

a) kombinace třetí třídy ze sedmi prvků

$$C_3(7) = K(3,7) = \binom{7}{3} = \frac{7!}{(7-3)! \cdot 3!} = \frac{7!}{4! \cdot 3!} = 35$$

$$C_3(7) = K(3,7) = \binom{7}{3} = \frac{7 \cdot 6 \cdot 5}{3!} = 35$$

b) kombinace první třídy ze dvou prvků

$$C_1(2) = K(1,2) = \binom{2}{1} = \frac{2}{1!} = 2$$

c) kombinace páté třídy ze dvou prvků

$$C_5(2) = K(5,2) = \binom{2}{5} \rightarrow \textit{kombinace nemá řešení, třída nesmí být větší než počet prvků}$$

d) kombinace třetí třídy ze tří prvků

$$C_3(3) = K(3,3) = \binom{3}{3} = \frac{3 \cdot 2 \cdot 1}{3!} = 1$$

Nyní se podíváme jak řešit slovní úlohy vedoucí na výpočet kombinací bez opakování

Kombinace využijeme, pokud z nějaké množiny prvků vybíráme určitý počet prvků, přičemž nezáleží na pořadí, v jakém tyto prvky vybíráme a prvky se nesmí opakovat.

PŘ1. Určete, kolika způsoby může shromáždění 20 lidí zvolit ze svého středu tříčlenný výbor.

$$K(3,20) = \binom{20}{3} = \frac{20 \cdot 19 \cdot 18}{3!} = 1\,140$$

Výbor lze zvolit 1 140 způsoby

- *protože v trojicích, které z daných osob vybíráme, nezáleží na pořadí a každá osoba je v této trojici nejvýše jednou, jde tedy o kombinace*
- *vybíráme tři osoby z 20 osob → kombinace třetí třídy z 20 prvků*

PŘ2. Určete , kolik přímek je dáno deseti body, jestliže žádné tři z nich neleží v přímce.

$$K(2,10) = \binom{10}{2} = \frac{10 \cdot 9}{2!} = 45$$

Deseti body je určeno 45 přímek

- *každá přímka je určena dvěma různými body, na jejichž uspořádání nezáleží, jde tedy o kombinace druhé třídy*
- *jestliže žádné tři z deseti daných bodů neleží v přímce, pak každá kombinace druhé třídy z těchto deseti bodů určuje jednu přímku*



PŘ3. Ve třídě je 8 chlapců a 19 dívek. Kolika způsoby lze z nich vybrat tříčlennou skupinu, v níž jsou

- pouze chlapci
- pouze dívky
- jeden chlapec a dvě dívky.

- protože v trojicích, které z daných žáků vybíráme, nezáleží na pořadí a každý z žáků je v této trojici nejvýše jednou, jde o kombinace*

a) pouze chlapci → *vybíráme tři chlapce z 8 chlapců*

$$K(3,8) = \binom{8}{3} = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6}{3!} = 56$$

Tříčlennou skupinu lze vybrat 56 způsoby.

PŘ3. Ve třídě je 8 chlapců a 19 dívek. Kolika způsoby lze z nich vybrat tříčlennou skupinu, v níž jsou

b) pouze dívky → *vybíráme tři dívky z 19 dívek*

$$K(3,19) = \binom{19}{3} = \frac{19 \cdot 18 \cdot 17}{3!} = 969$$

Tříčlennou skupinu lze vybrat 969 způsoby.

PŘ3. Ve třídě je 8 chlapců a 19 dívek. Kolika způsoby lze z nich vybrat tříčlennou skupinu, v níž jsou

c) jeden chlapec a dvě dívky

→ *vybíráme jednoho chlapce z 8:  $K(1,8)$*

→ *vybíráme dvě dívky z 19:  $K(2,19)$*

$$K(1,8) \cdot K(2,19) = \binom{8}{1} \cdot \binom{19}{2} = \frac{8}{1!} \cdot \frac{19 \cdot 18}{2!} =$$
$$= 8 \cdot 171 = 1\,368$$

**kombinatorické pravidlo  
součinu**

Tříčlennou skupinu lze vybrat 1 368 způsoby.

PŘ4. Ze šesti mužů a pěti žen se má vybrat pětičlenná skupina, v níž jsou alespoň čtyři ženy. Určete, kolika způsoby to lze provést.

- *protože ve skupinách, které z daných mužů a žen vybíráme, nezáleží na pořadí a každý z nich je v této skupině nejvýše jednou, jde o kombinace*
- *alespoň čtyři ženy ve skupině znamená čtyři a více*
  - *první možnost výběru: 4 ženy a 1 muž*
    - *vybíráme 4 ženy z 5 a 1 muže ze 6:  $K(4,5) \cdot K(1,6)$*
  - *druhá možnost výběru: 5 žen a žádný muž*
    - *vybíráme 5 žen z 5:  $K(5,5)$*

PŘ4. Ze šesti mužů a pěti žen se má vybrat pětičlenná skupina, v níž jsou alespoň čtyři ženy. Určete, kolika způsoby to lze provést.

- *první možnost výběru: 4 ženy a 1 muž*

→ *vybíráme 4 ženy z 5 a 1 muže ze 6:*

$$K(4,5) \cdot K(1,6) = \binom{5}{4} \cdot \binom{6}{1} = \frac{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2}{4!} \cdot \frac{6}{1!} = 5 \cdot 6 = 30$$

- *druhá možnost výběru: 5 žen a žádný muž*

→ *vybíráme 5 žen z 5:*

$$K(5,5) = \binom{5}{5} = \frac{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{5!} = 1$$

- *počet možností z prvního a druhého výběru sečteme:*

$$30 + 1 = 31$$

**Pětičlennou skupinu lze vybrat 31 způsoby.**

PŘ5. V krabičce je 12 různých pastelek. Kolika způsoby můžeme vybrat tři z nich?



PŘ6. Učitel má k dispozici 8 příkladů na aritmetickou posloupnost, 10 příkladů na geometrickou posloupnost a 5 slovních úloh na užití posloupností. Na písemnou práci má vybrat dva příklady na aritmetickou posloupnost, tři na geometrickou posloupnost a jednu slovní úlohu na užití posloupností. Kolik má možností na sestavení písemné práce?



PŘ7. Ve třídě je 13 dívek a 10 chlapců. Kolik různých čtyřčlenných družstev je možno vytvořit, aby v družstvu byli dva chlapci a dvě dívky?



PŘ5. V krabičce je 12 různých pastelek. Kolika způsoby můžeme vybrat tři z nich?

$$K(3,12) = \binom{12}{3} = \frac{12 \cdot 11 \cdot 10}{3!} = 220$$

Pastelky můžeme vybrat 220 způsoby.



PŘ6. Učitel má k dispozici 8 příkladů na aritmetickou posloupnost, 10 příkladů na geometrickou posloupnost a 5 slovních úloh na užití posloupností. Na písemnou práci má vybrat dva příklady na aritmetickou posloupnost, tři na geometrickou posloupnost a jednu slovní úlohu na užití posloupností. Kolik má možností na sestavení písemné práce?

→ *vybíráme 2 příklady z 8 (aritmetická posl.)* :  $K(2,8)$

→ *vybíráme 3 příklady z 10 (geometrická posl.)* :  $K(3,10)$

→ *vybíráme 1 slovní úlohu z 5* :  $K(1,5)$

$$\begin{aligned} K(2,8) \cdot K(3,10) \cdot K(1,5) &= \binom{8}{2} \cdot \binom{10}{3} \cdot \binom{5}{1} = \\ &= \frac{8 \cdot 7}{2!} \cdot \frac{10 \cdot 9 \cdot 8}{3!} \cdot \frac{5}{1!} = 28 \cdot 120 \cdot 5 = 1\,400 \end{aligned}$$



Učitel má k sestavení písemné práce 1 400 možností.



PŘ7. Ve třídě je 13 dívek a 10 chlapců. Kolik různých čtyřčlenných družstev je možno vytvořit, aby v družstvu byli dva chlapci a dvě dívky?

→ *vybíráme dva chlapce z 10 chlapců:*  $K(2,10)$

→ *vybíráme dvě dívky ze 13 dívek:*  $K(2,13)$

$$\begin{aligned} K(2,10) \cdot K(2,13) &= \binom{10}{2} \cdot \binom{13}{2} = \frac{10 \cdot 9}{2!} \cdot \frac{13 \cdot 12}{2!} = \\ &= 45 \cdot 78 = 3\,510 \end{aligned}$$

Je možno vytvořit 3 510 družstev.



Použité zdroje:

HUDCOVÁ, Milada a Libuše KUBIČÍKOVÁ.

*Sbírka úloh z matematiky pro SOŠ, SOU a nástavbové studium.*

1. vyd. Praha: Prometheus, c2000, 415 s.

Učebnice pro střední školy (Prometheus).

ISBN 80-719-6165-5.

PETRÁNEK, Oldřich, Emil CALDA a Petr HEBÁK. *Matematika pro střední odborné školy a studijní obory středních odborných učilišť.*

5. vyd. Praha: Prometheus, 1997, 148 s.

Učebnice pro střední školy (Prometheus).

ISBN 80-719-6040-3.