INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Škola:	Střední škola obchodní, České Budějovice, Husova 9
Projekt MŠMT ČR:	EU PENÍZE ŠKOLÁM
Číslo projektu:	CZ.1.07/1.5.00/34.0536
Název projektu školy:	Výuka s ICT na SŠ obchodní České Budějovice
Šablona III/2:	Inovace a zkvalitnění výuky prostřednictvím ICT
Číslo šablony:	VY_32_INOVACE_MAT_365
Předmět:	Matematika
Tematický okruh:	Funkce
Autor, spoluautor:	Mgr. Karel Petřík
Název DUMu:	Kvadratická funkce
Pořadové číslo DUMu:	05
Stručná anotace:	
Prezentace poskytuje základní poznatky o kvadratické funkci. Při úkolech žáci pracují samostatně, výsledky jsou postupně kontrolovány a opravovány, aby žáci nepracovali s případnou chybou.	
Ročník:	2.
Obor vzdělání:	63-41-M/01 Ekonomika a podnikání, 65-42-M/02 Cestovní ruch
Metodický pokyn:	Žáci použijí snímky prezentace označené Opakování k ověření základních znalostí o kvadratické funkci a ověření pochopení postupu zakreslení grafu a určení vlastností funkce.
Výsledky vzdělávání:	Žák pozná kvadratickou funkci, načrtne její graf a určí její vlastnosti.
Vytvořeno dne:	31. 3. 2013
Pokud není uvedeno jinak, uvedený materiál je z vlastních zdrojů autora.	

Kvadratická funkce

Kvadratickou funkcí nazýváme každou funkci ve tvaru:

$$\boldsymbol{f}: \boldsymbol{y} = \boldsymbol{a}\boldsymbol{x}^{\mathbf{2}} + \boldsymbol{b}\boldsymbol{x} + \boldsymbol{c}, \text{kde a, b, c} \in R, a \neq 0$$

Grafem kvadratické funkce je **parabola**.

D(f) = R

Příklady kvadratických funkcí

f: $y = x^2$ (tzv. základní kvadratická funkce)

g: $y = 3x^2 – 3x$

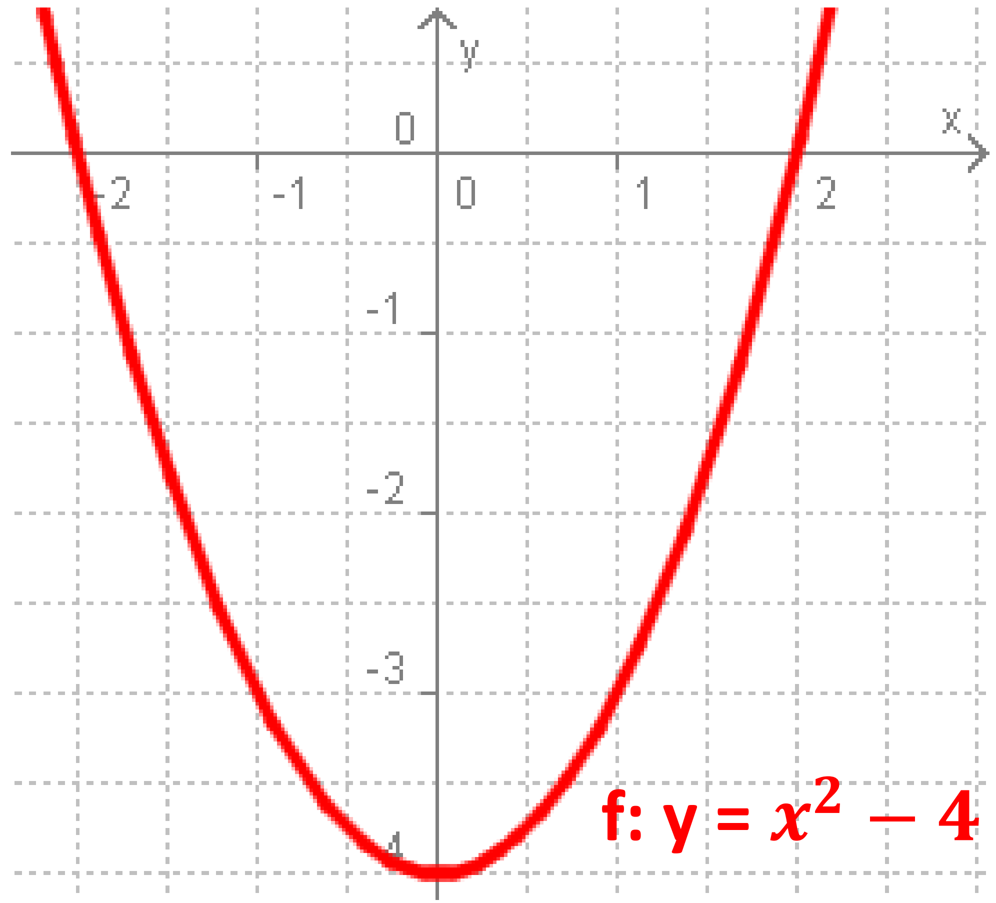
h: $y = -\frac{1}{2}x^2 - 2$

t: $y = -2x^2 + 5x – 1$

Vlastnosti funkce

a > 0

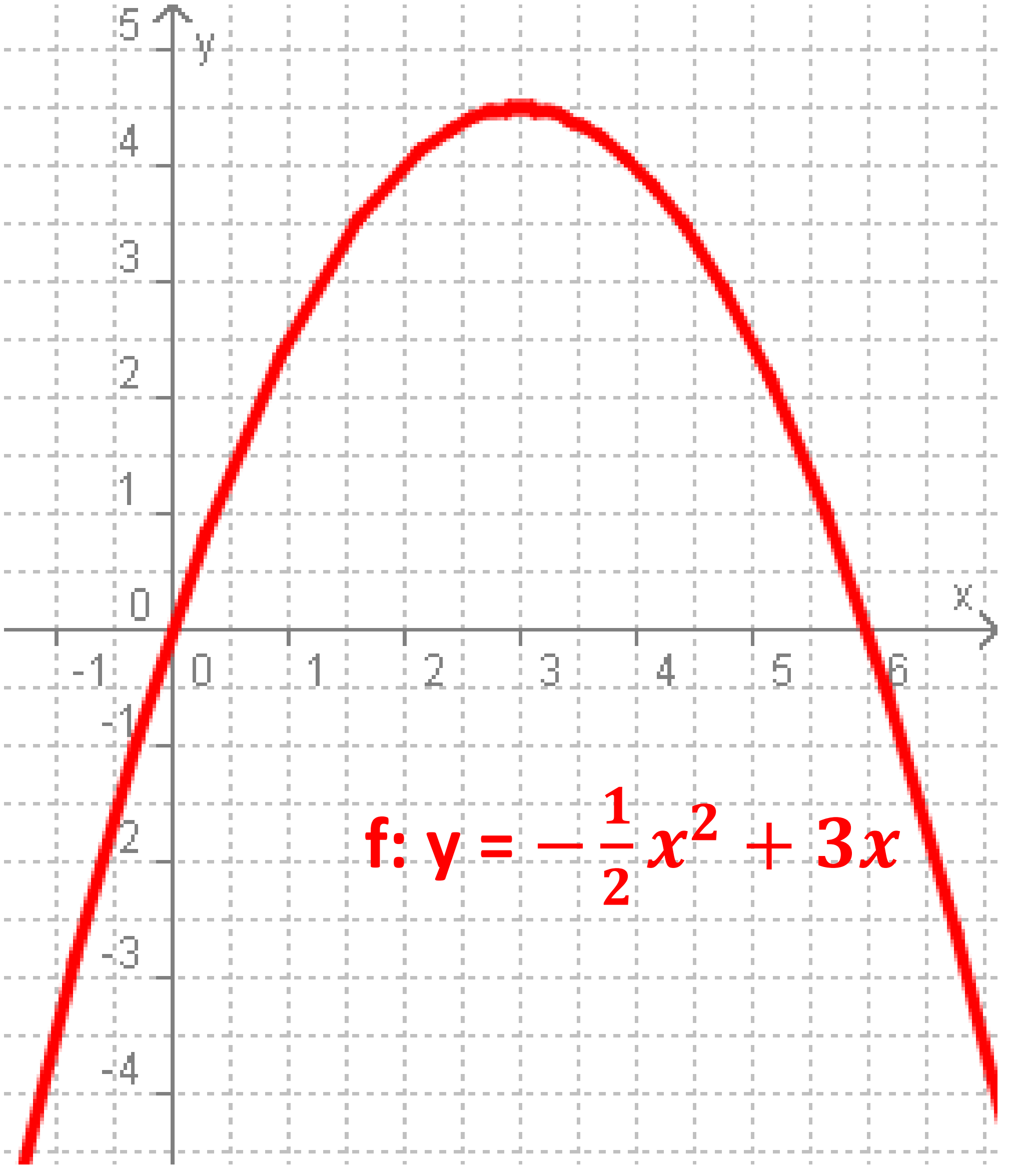
- vrchol V $[0, -4]$
- D(f) = R
- H(f) = $\langle -4, \infty)$
- pro x=0 má fce minimum -4
- klesá v intervalu $(-\infty, 0\rangle$
- roste v intervalu $\langle 0, \infty)$



Vlastnosti funkce

a < 0

- vrchol V $\left[3, \frac{9}{2}\right]$
- D(f) = R
- H(f) = $\left(-\infty, \frac{9}{2}\right\rangle$
- pro x=3 má fce maximum $\frac{9}{2}$
- roste v intervalu $(-\infty, 3\rangle$
- klesá v intervalu $\langle 3, \infty)$



Postup kreslení grafu

1. výpočet souřadnic vrcholu paraboly

$$\mathbf{V}\left[-\frac{b}{2a}, c-\frac{b^2}{4a}\right]$$

2. průsečíky s osou x
   - do funkce **y =** $ax^2 + bx + c$ dosadíme za y nulu získáme rovnici: $ax^2 + bx + c = 0$
   - vypočítáme kořeny kvadratické rovnice
   - počet průsečíků je závislý na diskriminantu D

Hodnota diskriminantu D	počet kořenů – průsečíků s osou x
D < 0	žádný (parabola neprotíná osu x)
D = 0	jeden (vrchol paraboly leží na ose x)
D > 0	dva (parabola protíná osu x ve dvou bodech)

Postup kreslení grafu

3. průsečík s osou y
   - dosadíme do funkčního předpisu za x číslo 0
4. tabulka funkčních hodnot
   - sestavíme tabulku se 3-mi až 5-ti funkčními hodnotami
   - dvě volíme zpravidla menší než x-ová souřadnice vrcholu V, dva větší
5. zakreslíme do kartézské soustavy body z tabulky funkčních hodnot, průsečíky a zakreslíme parabolu

Příklad

Zakreslete funkci g: y = $x^2 - 5x + 6$, určete její vlastnosti.

1. Vrchol V $\left[-\frac{b}{2a}, c - \frac{b^2}{4a}\right]$

   $$-\frac{b}{2a} = -\frac{-5}{2} = \frac{5}{2}$$
   $$c - \frac{b^2}{4a} = 6 - \frac{(-5)^2}{4 \cdot 1} = 6 - \frac{25}{4} = -\frac{1}{4}$$

   Vrchol V $\left[\frac{5}{2}, -\frac{1}{4}\right]$

2. Průsečíky s osou x

   0 = $x^2 - 5x + 6$

   D = 1 (tj. dva průsečíky s osou x)

   x_1 = 2

   x_2 = 3

   Průsečíky: X_1 [2, 0] a X_2[3, 0]

Příklad

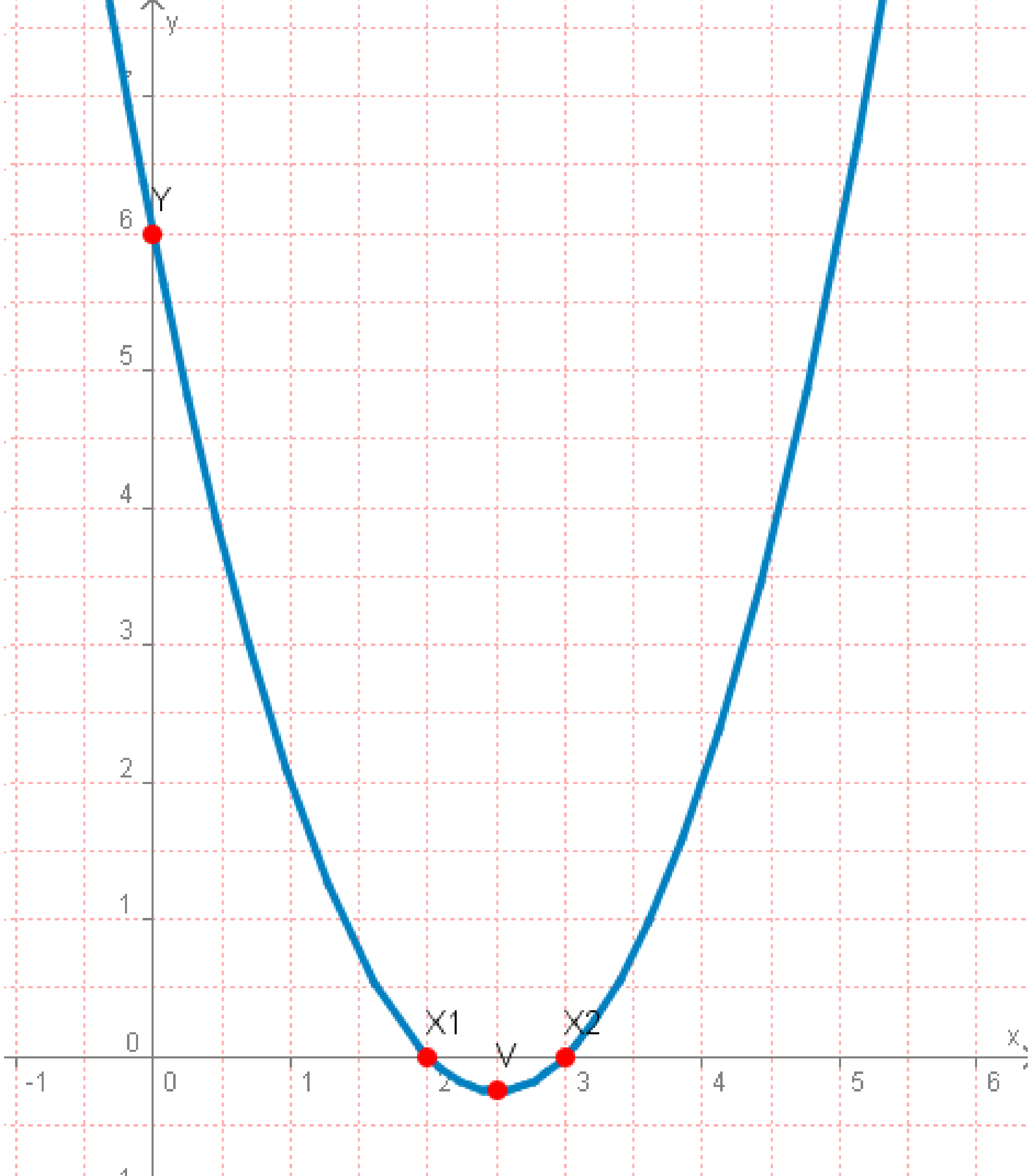
3. Průsečík s osou y

   y = $0^2 - 5 \cdot 0 + 6 = 6$

   Průsečík: Y = [0, 6]

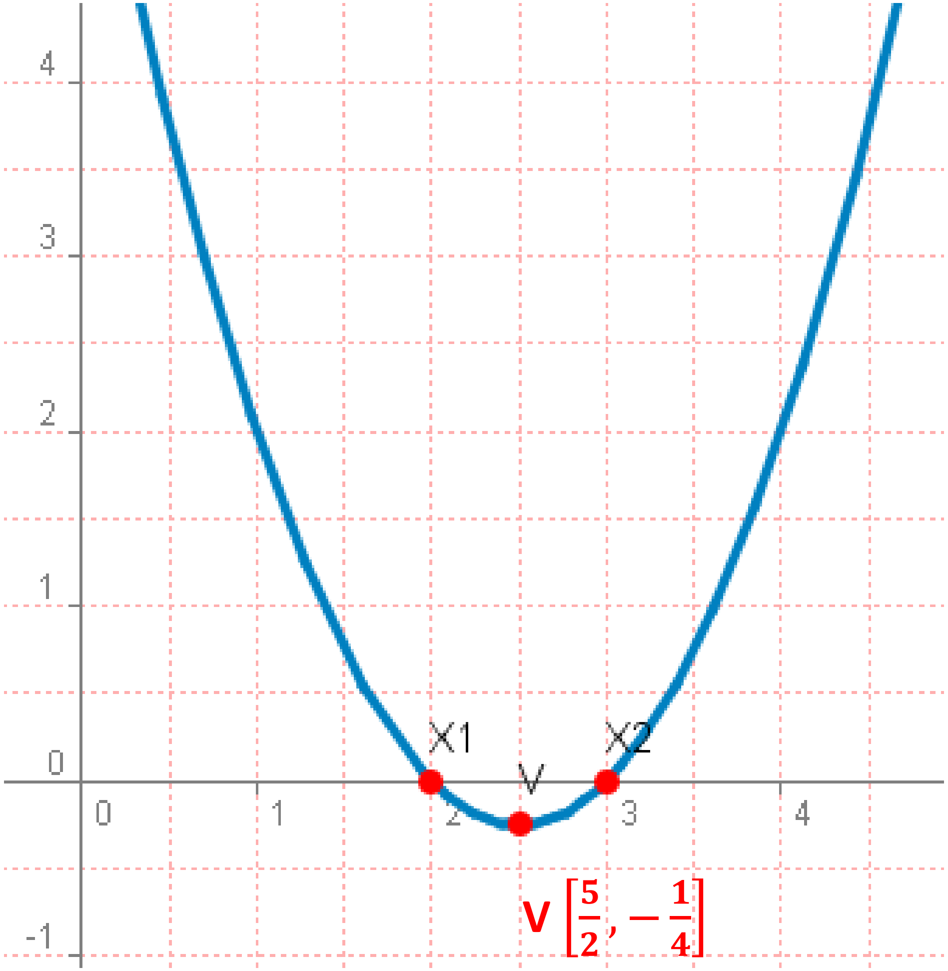
4. Tabulka funkčních hodnot
   – použiji x-ovou souřadnici vrcholu, dvě hodnoty nižší a dvě vyšší

x	-2	1	$\frac{5}{2}$	3	6
g: y = $x^2 - 5x + 6$	20	2	$-\frac{1}{4}$	0	12


y
6
5
4
3
2
1
0
-1
0
1
2
3
4
5
6
x
Y
X1
X2
V

Příklad

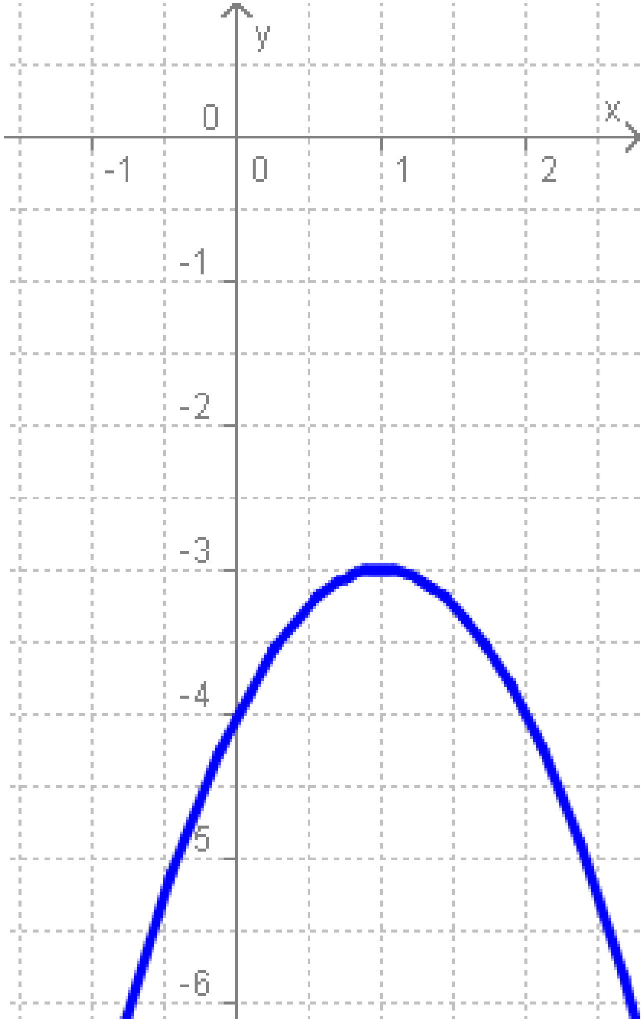
- D(g) = R
- H(g) = $\left\langle -\frac{1}{4}, \infty \right)$
- klesá na $\left(-\infty, \frac{5}{2} \right\rangle$
- roste na $\left\langle \frac{5}{2}, \infty \right)$
- pro x = $\frac{5}{2}$ má fce minimum



Opakování

Zakreslete graf, určete D(f), H(f) a vlastnosti funkce

$g\colon y = -x^2 + 2x - 4$ Řešení



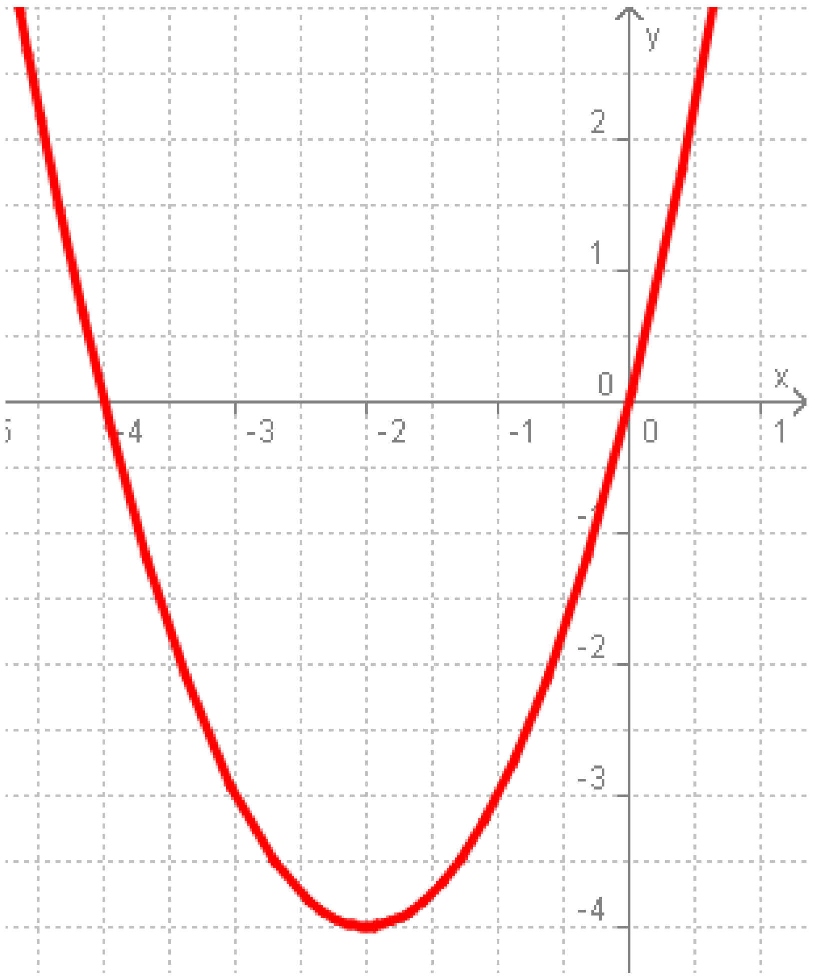
- V [1, -3]
- průsečíky s osou x nemá, protože rce $0 = -x^2 + 2x - 4$ má D < 0
- průsečík s osou y: Y [0, -4]
- D(g) = R
- H(g) = $(-\infty, -3\rangle$
- pro x=1 má maximum -3
- roste na $(-\infty, 1\rangle$
- klesá na $\langle 1, \infty)$

Opakování

Zakreslete graf, určete D(f), H(f) a vlastnosti funkce

$g: y = x^2 + 4x$

Řešení



- V [-2, -4]
- průsečíky s osou x:
  X_1 [-4, 0], X_2 [0, 0]
- průsečík s osou y: Y [0, 0]
- D(g) = R
- H(g) =$\langle -4, \infty)$
- pro x=-2 má minimum -4
- klesá na $(-\infty, -2\rangle$
- roste na $\langle -2, \infty)$

Literatura

- ODVÁRKO Oldřich, Jana ŘEPOVÁ a Ladislav SKŘÍČEK. *Matematika pro střední odborné školy a studijní obory středních odborných učilišť 2 část*. Dotisk 6. vydání. Praha: Prometheus, 2006, s. 73-87. Učebnice pro střední školy (Prometheus). ISBN 80-7196-042-X.